

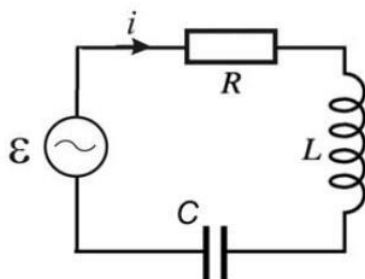
Ćw. 36. Pomiary w układzie szeregowym RLC

Wprowadzenie

Prąd zmienny płynący w obwodzie charakteryzuje natężenie prądu zmieniające się sinusoidalnie w czasie w postaci

$$i(t) = I_m \sin \omega t, \quad (1)$$

gdzie I_m to amplituda prądu, a ω to jego częstość/pulsacja zależna od częstotliwości prądu f następująco: $\omega = 2\pi f$. Elementami obwodu prądu zmiennego mogą być opornik R , cewka indukcyjna L i kondensator C , gdyż przez każdy z tych elementów obwodu, nawet kondensator, prąd zmienny popłynie. Jednym z typowych połączeń jest szeregowy obwód RLC pokazany na rys. 1.



Rys. 1 Szeregowo połączenie RLC

Z prawa Ohma wynika, że gdy prąd zmienny płynie przez opór R , to na jego końcach wystąpi napięcie o wartości

$$u_R = RI_m \sin \omega t. \quad (2)$$

Z prawa Faradaya wynika natomiast, że w cewce indukcyjnej wyindukuje się napięcie o wartości

$$u_L = L\omega I_m \sin(\omega t + \pi/2), \quad (3)$$

gdzie L oznacza tu kluczowy parametr cewki – indukcyjność. Mierzy się ją w henrach [H], przy czym $H = V \cdot s/A$. Przez kondensator może popłynąć prąd zmienny, gdyż ładuje on i rozładowuje jego okładki ładunkiem q , przy czym spełniona jest zawsze zależność $i = \partial q / \partial t$. Ponieważ ładunek na okładkach kondensatora jest powiązany z napięciem między jego okładkami (zmiennym w czasie i oznaczonym u_C) znaną zależnością $q = u_C \cdot C$, pozwala to obliczyć

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t - \pi/2). \quad (4)$$

Ze wzoru 2 wynika, że faza napięcia i natężenia na oporze są identyczne. Wzór 3 mówi, że napięcie na cewce wyprzedza natężenie prądu o wartość $\pi/2$, natomiast ze wzoru 4 wynika, że napięcie na kondensatorze jest opóźnione względem natężenia o $\pi/2$. We wzorach 3 i 4 występują iloczyny o wymiarze oporu: reaktancja cewki $X_L = \omega L$ i reaktancja kondensatora $X_C = 1/\omega C$. To od ich wartości zależy wartość amplitudy napięcia na danym elemencie, gdy popłynie przez niego prąd zmienny o amplitudzie I_m .

Zgodnie z II prawem Kirchhoffa w dowolnym obwodzie suma spadków napięć na elementach obwodu powinna być równa sile elektromotorycznej (SEM) źródła prądu. W obwodzie szeregowym RLC występują spadki napięć na elementach R, L i C, a rolę SEM pełni zmienne sinusoidalnie napięcie o amplitudzie E . II prawo Kirchhoffa dla prądu zmiennego w obwodzie szeregowym RLC dobrze jest zilustrować na diagramie wskazowym (rys. 2). Każdy z pokazanych tu wektorów/wskazów, obracających się z prędkością kątową ω , jest ustawiony pod ściśle określonym kątem: wskaz napięcia na oporze U_R ma zwrot zgodny ze wskazem prądu, wskaz napięcia na cewce U_L wyprzedza go o 90° , a wskaz napięcia na kondensatorze U_C jest opóźniony o 90° . W ten sposób rzuty wskazów napięcia na oś pionową są zawsze równe występującemu na nich w danej chwili t napięciu. II prawo Kirchhoffa będzie spełnione, gdy suma geometryczna wskazów U_R , U_L i U_C będzie równa wektorowi E . Zachodzą więc zależności:

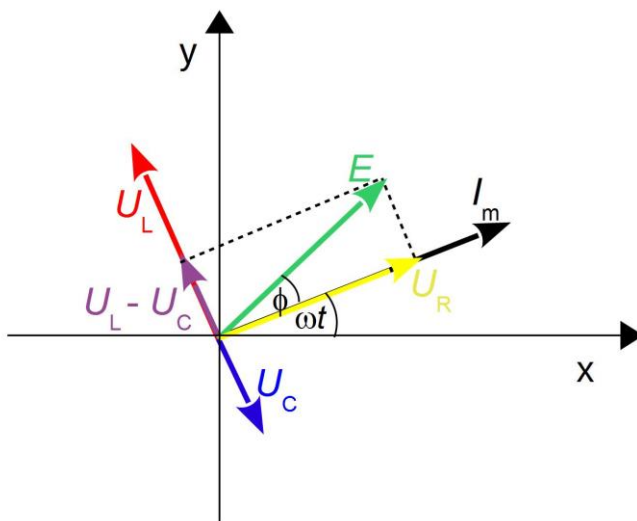
$$E^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$E^2 = (I_m R)^2 + \left(I_m L \omega - \frac{I_m}{\omega C} \right)^2$$

z których da się obliczyć wartość amplitudy prądu:

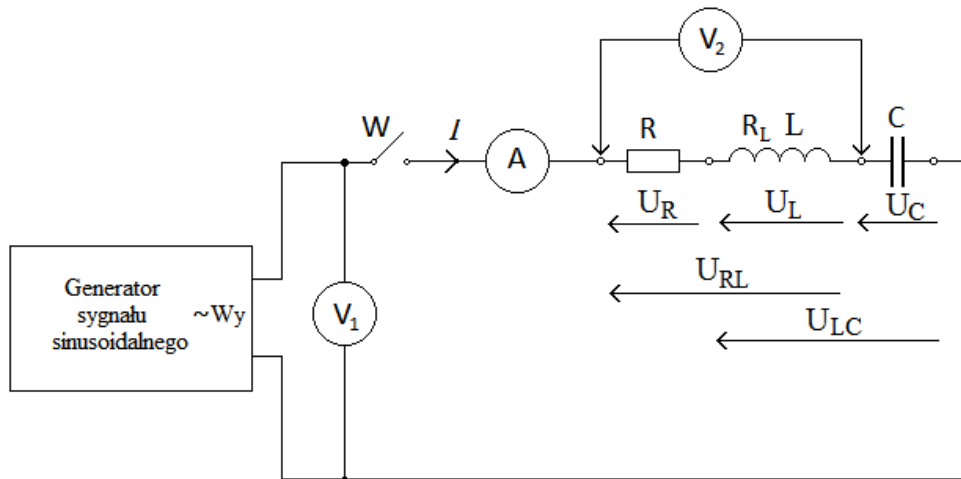
$$I_m = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (5)$$

Wyrażenie w mianowniku jest nazywane zawadą lub modułem impedancji obwodu RLC. Warto wiedzieć, że sama impedancja jest liczbą zespoloną i ma ściśle określoną wartość również dla każdego oddzielnego elementu R, L czy C, a reaktancja dla L lub C jest częścią urojoną ich impedancji. Wartość modułu impedancji/zawady Z decyduje o tym jak duży prąd popłynie w obwodzie zgodnie z zależnością: $I_m = E/Z$.



Rys. 2. Wykres wskazowy prądu i napięć na elementach szeregowego obwodu RLC.

Metoda pomiaru



Rys. 3. Schemat układu pomiarowego do badania parametrów szeregowego układu RLC. Pokazane jest podłączenie woltmierz V_2 do obwodu podczas pomiaru napięcia U_{RL} .

Celem ćwiczenia jest określenie wybranych parametrów elektrycznych szeregowego obwodu RLC (rys. 3) dokonując na nich pomiarów napięcia oraz mierząc płynący w obwodzie prąd. Generator sygnału sinusoidalnego jest źródłem napięcia zmiennego o regulowanej amplitudzie E i częstotliwości f . Cewka indukcyjna jest cewką rzeczywistą, tzn. jej impedancja ma składową rzeczywistą – opór omowy R_L – oraz składową urojoną, czyli reaktancję cewki $X_L = \omega L$. Dlatego też moduł impedancji cewki czyli jej zawada wynosi

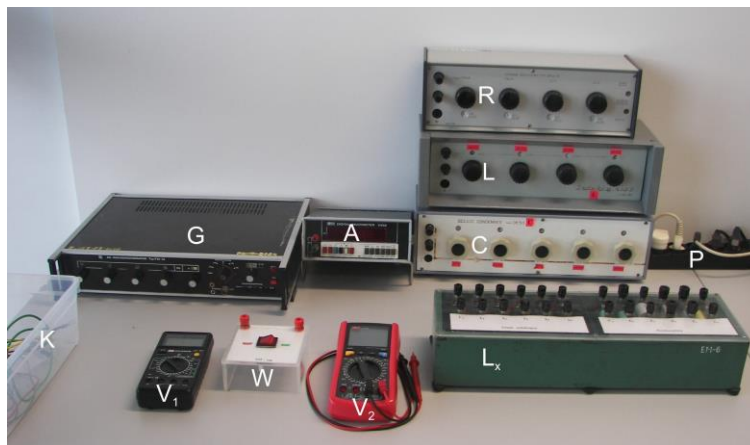
$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + (L\omega)^2}. \quad (6)$$

Po zamknięciu obwodu dokonujemy pomiarów natężenia prądu I oraz napięć: U na wyjściu generatora, U_R na oporniku, U_L na cewce indukcyjnej, U_C na kondensatorze, U_{RL} na zespole opornik-cewka oraz U_{LC} na zespole cewka-kondensator, tak jak pokazuje to rysunek 3.

Po zebraniu wszystkich pomiarów dokonujemy kolejno obliczeń szukanych parametrów:

1. zawady obwodu $Z = U/I$, (7a)
2. reaktancji kondensatora $X_C = U_C/I$, (7b)
3. pojemności kondensatora $C = 1/(\omega X_C)$ (7c)
4. zawady cewki $Z_L = U_L/I$, (7d)
5. zawady zespołu opornik-cewka $Z_{RL} = U_{RL}/I$, (7e)
6. oporu $R = U_R/I$, (7f)
7. oporu omowego cewki $R_L = \frac{1}{2} \left[\frac{Z_{LR}^2 - Z_L^2}{R} - R \right]$, (7g)
8. indukcyjności cewki $L = \frac{\sqrt{Z_L^2 - R_L^2}}{\omega}$, (7h)
9. reaktancji cewki $X_L = L\omega$, (7i)
10. cosinusa przesunięcia fazowego napięcia względem prądu $\cos \phi = (R + R_L)/Z$, (7j)
11. mocy traconej w obwodzie $P = UI \cos \phi$. (7k)

Wykonanie ćwiczenia



Rys. 4. Zestaw przyrządów potrzebnych do pomiaru parametrów układu RLC: G – generator napięcia zmiennego, W – wyłącznik, V_1 i V_2 – multimetry jako woltomierze, A – amperomierz, R – opornik dekadowy, L – dekadowa cewka indukcyjna, C – kondensator dekadowy, L_x – badane cewki indukcyjne, K – kable połączeniowe, P – przedłużacz.

1. Połączyć układ pomiarowy wg. schematu z rys. 3 korzystając z przyrządów pokazanych na rys. 4. Do wyjścia generatora podłączyć przewody zakończone wtykiem bananowym z gniazdem, a z drugiej strony zwykłym wtykiem bananowym do wetknięcia w odpowiednie gniazda woltomierza V_1 . Do podłączeń przyrządów R, L (L_x w drugim pomiarze) oraz C użyć przewodów z wtykiem widełkowym. Włączyć przedłużacz.
2. Zalecane jest wykonanie pierwszego obwodu RLC łącząc dekadowy: opornik, cewkę indukcyjną i kondensator. Ustawiamy na nich wartości podane przez prowadzącego. W drugim pomiarze, zamiast cewki wzorcowej, podłączamy cewkę badaną o numerze 1, 2, 3 lub 4 wskazaną do zmierzenia przez prowadzącego.
3. Włączyć zasilanie generatora napięcia zmiennego oraz ustawić na nim wybraną przez prowadzącego częstotliwość f od 50 Hz do 1000 Hz. Wciskając przycisk 10 V na generatorze i pokręcając pokrętką płynnej regulacji napięcia wyjściowego oraz obserwując wskazania woltomierza V_1 przy zamkniętym wyłączniku W, ustawić wartość tego napięcia/siły elektromotorycznej E jak najbliższą 10,0 V.
4. Załączyć wyłącznik W i odczytać napięcie U na wyjściu obciążonego generatora oraz wskazania amperomierza I . Następnie przykładając końcówki woltomierza cyfrowego kolejno do odpowiednich gniazd połączeniowych przyrządów dokonać pomiarów napięć na elementach obwodu wskazanych na rys. 3. Podczas pomiarów dostosowywać zakres pracy woltomierza V_2 tak, by odczyt napięć był możliwie dokładny. Wyniki pomiarów zapisać w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości pomiarów dla $R = \dots\dots\dots \Omega$ i $C = \dots\dots\dots \mu\text{F}$.

Wartości nastawione		Wartości zmierzone							Wartości obliczone										
f [Hz]	E [V]	U [V]	I [A]	U_R [V]	U_L [V]	U_C [V]	U_{RL} [V]	U_{LC} [V]	Z [Ω]	X_C [Ω]	C [μF]	Z_L [Ω]	Z_{LR} [Ω]	R [Ω]	R_L [Ω]	L [H]	X_L [Ω]	$\cos\phi$	P [W]

Opracowanie wyników

1. Na podstawie otrzymanych wyników, dokonać obliczeń szukanych wielkości/parametrów korzystając z arkusza kalkulacyjnego i wzorów 7a-7k.
2. Narysować wykres wskazowy badanego obwodu RLC i stwierdzić, jaki ten obwód ma charakter – czynno-indukcyjny czy czynno-pojemnościowy.
3. Ze względu na złożoność i ilość obliczanych wielkości wybrać do oceny niepewności pomiaru dowolny jeden obliczany parametr spośród: R_L (wzór 7g), L (wzór 7h), $\cos\varphi$ (wzór 7j) albo P (wzór 7k). Do oszacowania niepewności bezpośrednich pomiarów napięć oraz natężenia prądu przyjąć klasę woltomierza i amperomierza podaną w zestawieniu klas mierników na pracowni elektrotechniki, a dokładność ustawienia częstotliwości obliczyć z klasy generatora napięcia 0,15. Do obliczeń niepewności wybranego parametru zastosować najlepiej arkusz kalkulacyjny i metodę różnicową [3].

Zagadnienia do kolokwium:

1. Wielkości opisujące prąd zmienny.
2. Związek natężenia prądu i napięcia na kondensatorze i cewce indukcyjnej.
3. Opór omowy, reaktancja cewki i kondensatora, impedancja/zawada obwodu.
4. Wykres wskazowy dla połączeń RC i RL.
5. Diagram wskazowy dla przepływu prądu w obwodzie RLC.
6. Od czego zależy charakter obwodu RLC oraz faza przesunięcia?

Literatura:

1. S. J. Ling, J. Sanny, W. Moebs, *Fizyka dla szkół wyższych*, tom 2, rozdz. 15 (OpenStax Poland, 2018). Darmowy dostęp: <https://openstax.org/details/books/fizyka-dla-szkół-wyższych-tom-2>.
2. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, tom 3 (Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003).
3. W. Pietrzyk (red), *Laboratorium z elektrotechniki* (Wydawnictwa Uczelniane PL, 2003) str. 53-66.
4. W. Polak, *Niepewności pomiarowe w pracowni fizycznej*, http://www.kfs.pollub.pl/pracowniaelektr/niep_pom.pdf

Opiekun ćwiczenia: dr hab. Wiesław Polak