
Politechnika Lubelska



MECHANIKA

Laboratorium wytrzymałości materiałów ...

Ćwiczenie 18 - Wytrzymałość materiałów na pękanie

Przygotował: Jan Banaszewk
(do użytku wewnętrznego)

Opracował: dr inż. Jan Banaszek

18. WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁÓW NA PĘKANIE

1. PODSTAWY TEORETYCZNE

Wprowadzenie

W literaturze technicznej znajdują się opisy groźnych w skutkach wypadków (niespodziewane zawalenie się mostów, pęknięcia zbiorników ciśnieniowych, rurociągów, katastrofy statków i samolotów) powstałych w wyniku pęknięć elementów maszyn lub całych konstrukcji. Analiza przyczyn katastrof konstrukcji poprawnie zaprojektowanych i właściwie eksploatowanych wykazała, że pęknięciom uległy elementy, których wymiary ustalone były na podstawie klasycznych kryteriów wytrzymałościowych. Pęknięcia następowały przy naprężeniach znacznie mniejszych od naprężeń dopuszczalnych wyznaczonych z warunków wytrzymałości opartych na granicy plastyczności R_e , doraźnej wytrzymałości R_m lub granicy zmęczenia Z .

Bezpośrednią przyczyną pęknięć prowadzących do awarii są wady materiałowe – nieciągłości (szczeliny) wynikające z procesu technologicznego, oddziaływania obciążenia oraz środowiska. Rozwój tych wad do rozmiarów krytycznych jest główną przyczyną uruchomienia procesu pęknięcia i występowania złomu kruchego. Koniecznym stała się ilościowa ocena wady przy której konstrukcja będzie pracowała bezpiecznie. Sprowadza się to do ustalenia związku między odpornością (wytrzymałością) na pęknięcie danego tworzywa, spodziewanym wymiarem wady a obciążeniem niszczącym. Warunkiem ustalenia tych zależności jest znajomość nowego wskaźnika materiałowego jakim jest odporność na pęknięcie – K_{IC} .

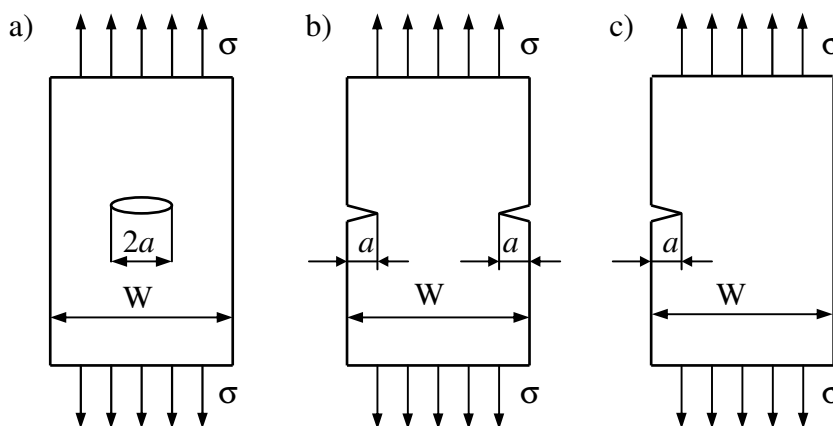
Współczynnik intensywności naprężeń

Materiał ulega pęknięciu, jeśli proces ten zostanie zainicjowany. W strukturach zawierających szczelinę proces pęknięcia zachodzi w niewielkiej objętości materiału w

otoczeniu wierzchołka szczeliny. Zatem kryterium inicjacji winno odzwierciedlać lokalny proces pęknięcia.

Pole naprężeń i przemieszczeń w pobliżu wierzchołka szczeliny wewnętrznej o długości $2a$ będącej w paśmie materiału, które jest pod wpływem naprężeń zewnętrznych, charakteryzuje parametr będący współczynnikiem intensywności naprężeń K_I . Współczynnik intensywności naprężeń (WIN) zależy od naprężenia σ (liczonego w przekroju szczeliny bez uwzględnienia zmniejszenia przekroju wynikającego z jej obecności jak również efektów koncentracji naprężeń w wierzchołku), długości szczeliny a oraz geometrii elementu. W przypadku tarczy nieskończenie dużej zawierającej szczelinę usytuowaną prostopadle do kierunku naprężenia współczynnik intensywności naprężeń wynosi

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (MPa \cdot m^{1/2}) \quad (1.1)$$



Rys. 1.1. Trzy typy szczelin (centralna i krawędziowe) i sposób oznaczenia ich długości

W elementach rzeczywistych, o skończonych wymiarach (paśmie o ograniczonej szerokości), obecność krawędzi elementu będzie miała wpływ na pola naprężeń jakie wokół niej powstaje. Uwzględnia się to przez modyfikację równania (1.1) funkcją Y zależną od wymiarów (a/W), czyli

$$K_I = \sqrt{\pi a} \cdot Y \quad (1.2)$$

Proces pęknięcia jest zainicjowany wówczas, kiedy odkształcenie i naprężenie w otoczeniu wierzchołka szczeliny osiągną wartości krytyczne. Miarą naprężenia jak i odkształcenia w tym obszarze jest współczynnik intensywności naprężeń K_I .

Wystarczającym warunkiem zainicjowania procesu pęknięcia jest aby WIN osiągnął wartość krytyczną K_{IC}

$$K_{IC} = \sigma_C \sqrt{\pi a} \quad (1.3)$$

Tak więc warunek inicjacji pęknięcia wyrażony jest za pomocą parametru K_{IC} charakteryzującego odporność na pęknięcie materiału w modelu liniowo-sprężystym.

Może zatem być używany jako miara wytrzymałości – odporności na pęknięcie rozpatrywanego materiału (w płaskim stanie odkształcenia, 1 schemat obciążenia – rozciąganie zwane „otwieraniem pęknięcia”).

Pojęcie WIN określone dla sprężystego modelu ciała można zastosować w przypadku małych odkształceń plastycznych, wprowadzając do (1.1) w miejscu szczeliny fizycznej a szczelinę efektywną – zastępczą a_{ef} (powiększoną o promień strefy plastycznego odkształcenia r_p). Uzyskuje się wielkość zwaną efektywnym współczynnikiem intensywności naprężeń

$$K_{ef} = \sigma \sqrt{\pi a_{ef}} = \sigma \sqrt{\pi (a + r_p)} \quad (1.4)$$

Jest to jednak możliwe do naprężeń $\sigma/R_e \leq 0,6$. Wzrostowi strefy odkształcenia plastycznego towarzyszy lokalny wzrost WIN, co stanowi większą barierę do uruchomienia procesu pęknięcia.

Zachowanie w badaniach odporności na pęknięcie, płaskiego stanu odkształcenia w którym rozpiętość strefy odkształconej plastycznie jest trzy razy mniejsza w stosunku do jej rozmiaru w płaskim stanie naprężenia, jest trudne ze względu na wymagane duże wymiary próbek. Zachodzi zatem konieczność stosowania takich parametrów, które akceptując bardziej złożony model materiału, będą jednocześnie przydatne do opisu pęknięcia materiałów kruchych.

Rozwarcie wierzchołka pęknięcia

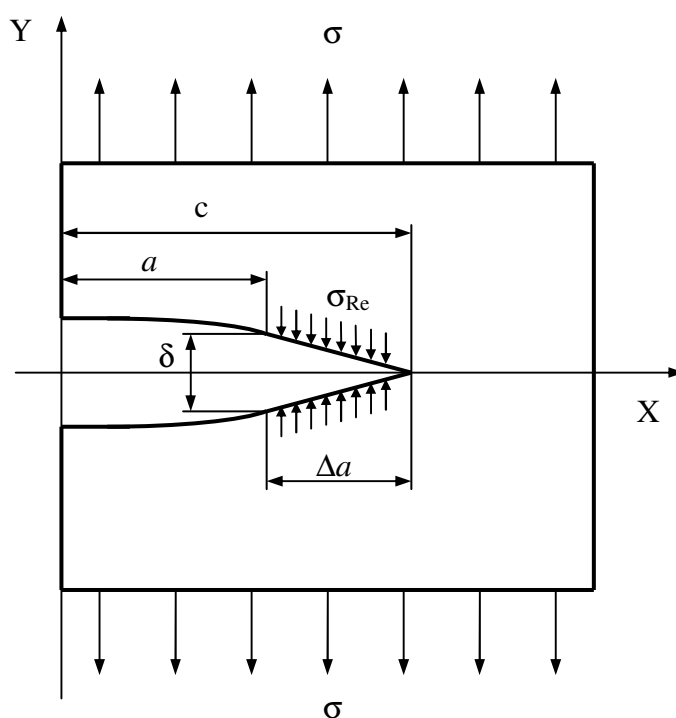
Dla oceny stanów sprężysto – plastycznych w elementach ze szczeliną stosowana jest metoda oparta na kryteriach rozwarcia wierzchołka szczeliny δ . Przyjmuje się, że proces pęknięcia jest inicjowany w chwili, kiedy rozwarcie wierzchołka szczeliny osiągnie pewną krytyczną wartość δ_C zależną od materiału. Pomiar rozwarcia wierzchołka szczeliny odbywa się przez pomiar rozwarcia jej krawędzi – w sposób pośredni. Prowadzony jest na małych próbkach trójpunktowo zginanych. Przyjmując model uplastycznienia wierzchołka szczeliny wg Dugdale’a – Barenblatta, rozwarcie wierzchołka szczeliny na końcach szczeliny fizycznej dla $\sigma/R_e = 0,6$, najczęściej podawane jest w postaci zależności

$$\delta = \frac{\pi \sigma^2 a}{ER_e} = \frac{K_1^2}{ER_e} \quad (1.5)$$

Dla modelu ciała sprężysto – plastycznego z umocnieniem

$$\delta = \frac{m\pi \sigma^2 a}{ER_e} = \frac{mK_1^2}{ER_e} \quad (1.6)$$

gdzie: $m = (0,45 \div 0,7)$ lub wg normy brytyjskiej (BS7448) $m = (3 - \nu^2)/2$.



Rys. 1.2 Model uplastycznienia wierzchołka szczeliny wg Dugdale'a-Barenblatta

Brak precyzyjnego określenia miejsca pomiaru wierzchołka szczeliny, pośredni sposób jego pomiaru jak również znaczne uproszczenia w rozwiązaniach analitycznych powodują, że kryterium δ nie znajduje powszechnego uznania w ocenie odporności materiału na pękanie.

Kryterium całki J

Bilans energetyczny tarczy o nieskończone wielkich wymiarach i grubości jednostkowej ze szczeliną o długości $2a$, napiętej naprężeniami σ , opisuje równanie

$$U = U_o + U_a + U_\gamma - F \quad (1.7)$$

gdzie:

U_o – energia sprężysta napiętej tarczy bez szczeliny (wartość stała),

$U_o = -\frac{\pi a \sigma^2}{E}$ - zmiana energii sprężystej wywołana obecnością szczeliny o dług. $2a$,

$U_\gamma = 4\gamma a$ - energia powierzchniowa związana z powstaniem dwóch nowych powierzchni szczeliny,

F - praca wykonana na płycie przez siły zewnętrzne.

Energia potencjalna układu to

$$U_p = U_o + U_a - F \quad (1.8)$$

Zmiana energii potencjalnej dU_p w funkcji przyrostu długości szczeliny da dla materiału z nieliniową sprężystością jest całką J – wielkością szybkości uwalniania energii (kJ/m^2 ; N/mm)

$$J = -\frac{dU_p}{da} \quad (1.9)$$

Z (1.9) wynika, że całka J jest różnicą energii potencjalnej dwu elementów o takiej samej geometrii, lecz nieznacznie różniących się długością szczeliny podzieloną przez różnicę długości szczelin. Istnieje pewna krytyczna wartość całki J , J_C charakterystyczna dla danego materiału, której osiągnięcie decyduje o inicjacji pęknięcia. Pomiar całki J przeprowadza się w oparciu o zależność (1.9). zazwyczaj wartość całki J określa się w funkcji przemieszczenia punktu przyłożenia siły. Zależność taka pozwala na wyznaczenie krytycznej wartości całki J , J_C jeśli znane jest przemieszczenie w chwili inicjacji pęknięcia. Związki całki J z parametrami WIN i δ to

ciało o modelu liniowo-sprężystym ($\sigma < 0,8R_e$)

$$\frac{K_{1C}^2}{E} = \delta_C R_e = J_{1C} \quad (1.10)$$

ciało o modelu sprężysto – plastycznym

$$\frac{K_{1C} m}{E} = \delta_C R_e = J_{1C} \quad (1.11)$$

Norma PN-88/H-04336 omawia dwie metody określenia całki J różniące się dość znacznie procedurą pomiarową – technikę wielu próbek ($5 \div 6$) i technikę jednej próbki. W technice jednej próbki polska norma dopuszcza dwie metody pomiaru aktualnej długości pęknięcia – zmiany podatności i zmiany potencjału.

Orientacyjne wartości odporności na pękanie

Materiał	Re MPa	K_{1C} MPa·m^{1/2}	J_{1C} N/mm
Stale nisko i średnio węglowe	250 ÷ 330	50	15
Stale dla energetyki (ulepszone cieplnie)	450	210	200
Zeliwo	220 ÷ 1000	6 ÷ 20	0,2 ÷ 3
Aluminium	40	40	60
Stopy aluminium	120 ÷ 600	20 ÷ 40	5 ÷ 30
Stop tytanu	600 ÷ 1000	50 ÷ 115	50
Miedź	60	110	100
Szkło okienne		0,7 ÷ 0,8	0,01
Nylon	20	3	2,4
Żelbeton	4	10 ÷ 14	0,2 ÷ 0,4

2. BADANIE WYTRZYMAŁOŚCI NA PĘKANIE

1. Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wytrzymałości materiału na pękanie metodą całki J techniką jednej próbki.

2. Użyte przyrządy i materiały

- mikroskop warsztatowy, mikrometr, czujnik, suwmiarka, planimetr,
- próbka trójpunktowo zginana z karbem,
- próbka trójpunktowo zginana bez karbu z badanego materiału,
- przyrząd do trójpunktowego zginania,
- komputer, komora termiczna (piec).

3. Maszyna do badań

Badania zostaną przeprowadzone na maszynie wytrzymałościowej do osiowego rozciągania i ściskania typu Z-100. Maszyna zapewnia monotoniczny wzrost obciążenia oraz cykliczne jego zmniejszanie. Przebieg obciążenia P oraz przemieszczenie punktu jego przyłożenia u są rejestrowane w postaci wykresu $P=f(u)$ przez cały czas trwania próby. Krzywe odciążenia rejestrowane są w powiększeniu elektronicznym. Wartości sił P_i i przemieszczenia u_i są odczytywane i rejestrowane przy każdym kolejnym odciążeniu.

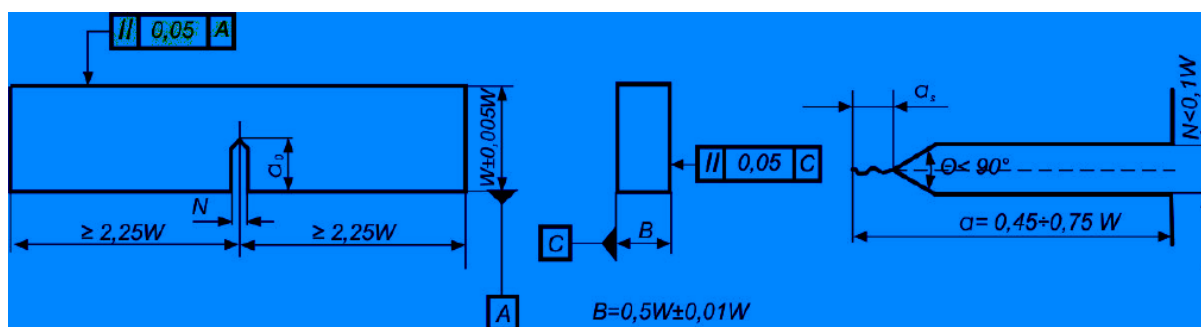
4. Przebieg ćwiczenia

- Dokonać pomiarów kontrolnych badanej próbki wg p.5.1 ÷ 5.3.,
- Próbkę w przyrządzie ustawić w uchwycie maszyny, wykasować luzy i zamocować czujnik pomiaru ugięcia (przesuwności siły),
- Realizować przebieg obciążenia według p.5.6.,
- Dokonać znakowania długości pęknięcia p.5.7.,
- Dołamać próbkę i dokonać pomiarów długości pęknięcia zgodnie z p.5.8.,
- Dokonać pomiarów ugięcia próbki bez karbu p.5.9.,
- Obliczyć wartości pośrednie przyrostu długości pęknięcia Δa_i oraz wartości pośrednie całki J_i wg p.5.9.,
- Zbudować wykres ($J, \Delta a = \Delta a_r$) wg p.5.10., wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów równanie linii R i odczytać wartość obliczeniową całki J, J_Q ,
- Sprawdzić czy J_Q jest odpornością na pękanie badanego materiału p.5.11..

5. Doświadczalne określenie krytycznej wartości całki J, J_C

Wyznaczenie wartości całki J metodą podatności polega na monotonicznym obciążaniu próbki i częściowym cyklicznym odciażaniu.

5.1. Pomiar prowadzony jest na próbce trójpunktowo zginanej której kształt, proporcje tolerancje wymiarowe podano na rys. 5.1



Rys. 5.1. Wymiary próbki oraz karbu

Wymiar grubości B próbki ustala się z zależności $B \geq 25 \frac{J_{1C}}{R_e} \geq 6mm$. Pomiaru grubości należy dokonać w trzech miejscach między wierzchołkami pęknięcia zmęczeniowego a

przeciwną krawędzią próbki w płaszczyźnie pęknięcia. Szerokość W mierzyć należy w trzech miejscach w pobliżu pęknięcia. Jako wynik przyjąć wartość średnią.

5.2. W próbce należy wykonać pęknięcie o długości $a = (a_0 + a_s) = (0,45 \div 0,75)W$.

Długość pęknięcia zmęczeniowego a_s powinna się zawierać $1,3mm \leq a_s \leq 0,1W$.

5.3. Pęknięcie zmęczeniowe a_s należy wykonać na próbkach obrobionych cieplnie do stanu w jakim materiał ma być badany. Maksymalną dopuszczalną wartość siły do wykonania pęknięcia wylicza się z zależności

$$P_{f \max} = 0,5B(W-a)^2 \frac{R_e}{S}, \quad \text{oraz przyjmuje się } P_{f \min} \geq 0,1P_{f \max} \quad (5.1)$$

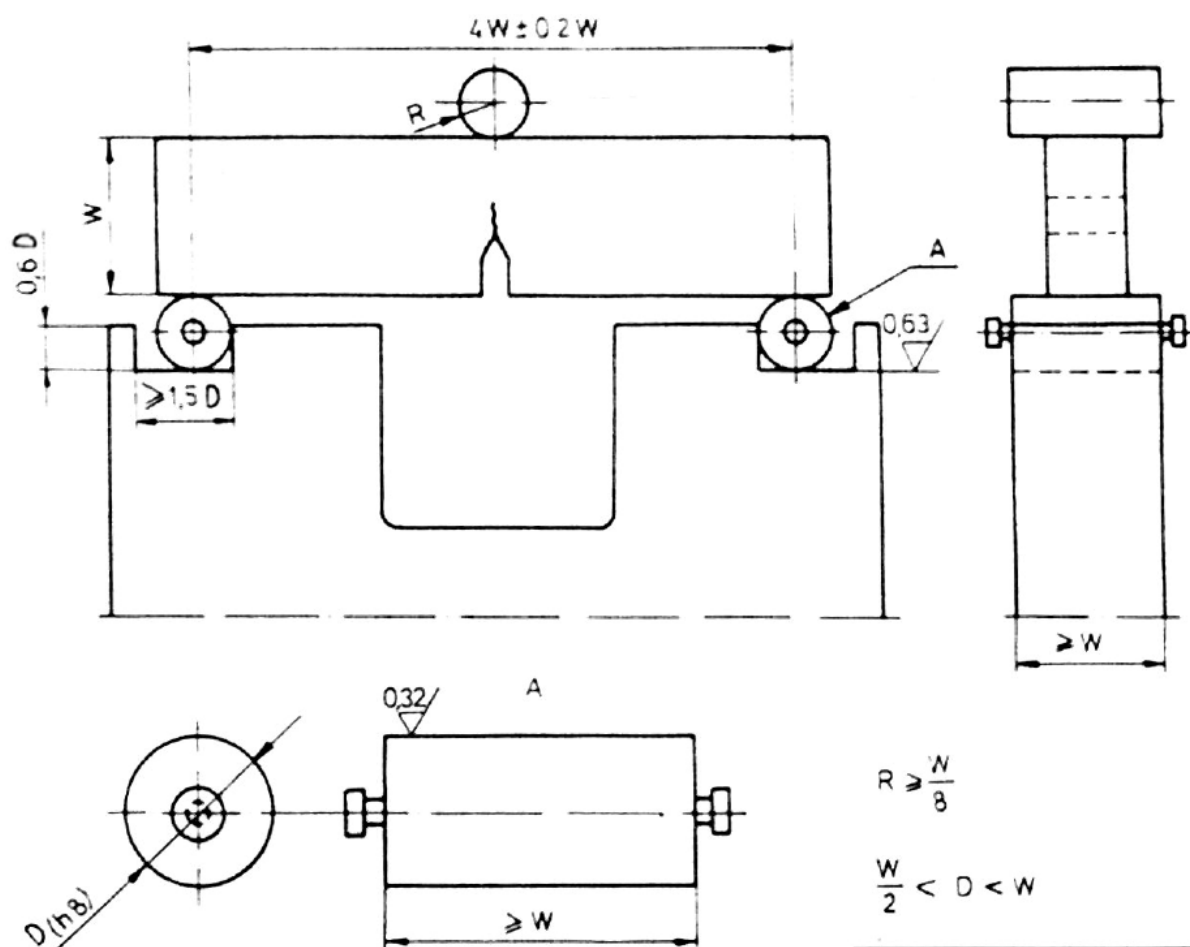
gdzie $S = 4W$ – odległość między skrajnymi rolkami.

Stosowana częstotliwość zmian obciążenia nie może powodować nagrzewania próbki

Długość pęknięcia a należy mierzyć po obu bokach próbki w płaszczyźnie symetrii karbu z dokładnością 0,05mm.

5.4. Badaną próbkę umieszcza się w przyrządzie, którego kształt i proporcje wymiarowe podano na rys. 5.2. Przyrząd powinien zapewniać przetaczanie się rolek podporowych i wykazywać minimalne luzy montażowe.

5.5. Pomiar strzałki ugięcia (przemieszczenia punktu przyłożenia siły) dokonuje się czujnikiem o klasie dokładności 0,5 zamocowanym możliwie najbliżej linii działania obciążenia. Należy wyeliminować wpływ podatności stanowiska badawczego na wynik pomiaru.



Rys. 5.2. Przyrząd do badania próbek trójpunktowo zginanych oraz sposób ustawienia próbki w przyrządzie

5.6. Próbkę założoną do przyrządu ustawiamy w uchwytych maszyny i obciążamy (w środku odległości między podporami przyrządu – osi karbu) z prędkością, by czas do obciążenia wywołującego pierwszy efekt nieliniowości wykresu $P = f(u)$, rejestrowanego w sposób ciągły, wynosił $0,1 \div 10$ min. Nachylenie liniowo – sprężystej części wykresu powinno wynosić $45^\circ \div 80^\circ$. Pierwsze odciążenie należy wykonać w zakresie liniowego przebiegu wykresu $P = f(u)$. Odciążać należy o wartość nie większą jak 10% aktualnej siły obciążającej. Odciążanie powinno być wykonane co najmniej 5 – krotnie, przy zachowaniu jednakowych przyrostów przemieszczenia pomiędzy poszczególnymi odciążeniami. Kąty nachylenia tej części krzywej są miarą podatności i zależą od aktualnej długości szczeliny. Poprawę dokładności pomiaru uzyskuje się po

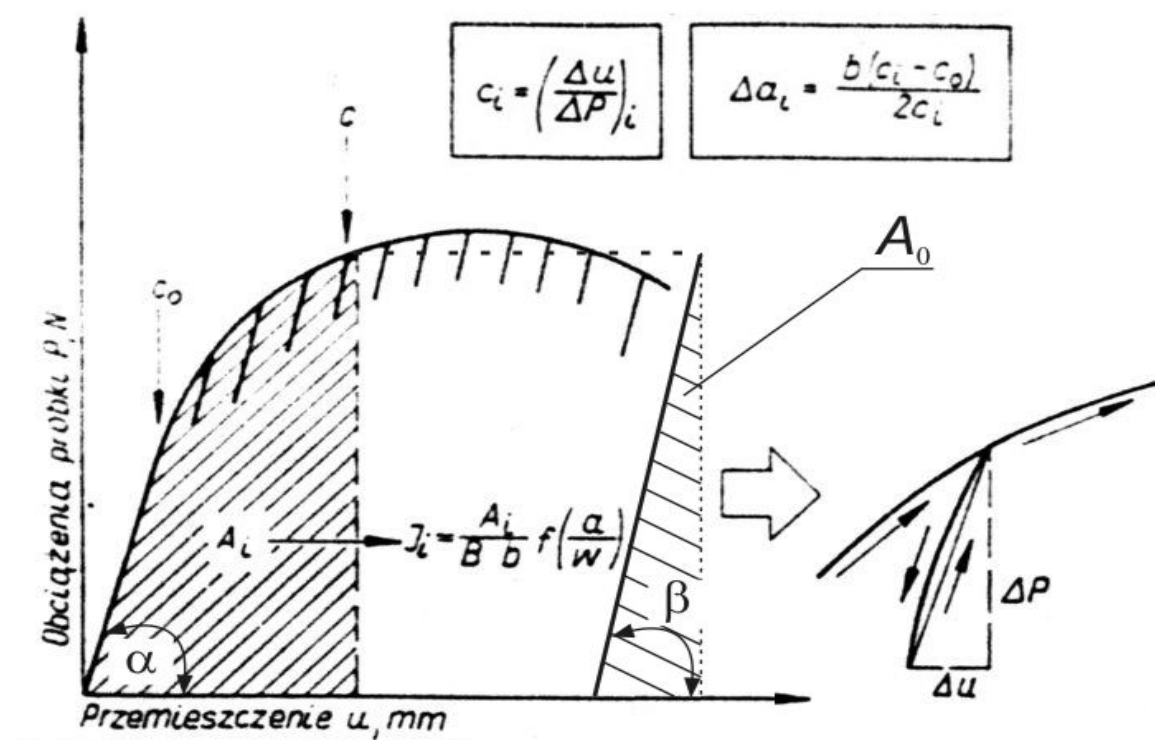
elektronicznym powiększeniu tych odcinków (rys. 5.3). Przyrost długości pęknięcia Δa_i odpowiadający kolejnym obciążeniom obliczamy z zależności

$$\Delta a_i = \frac{b(C_i - C_o)}{2C_i} \quad (5.2)$$

gdzie: $C_o = \frac{\Delta u_1}{\Delta P_1}$ - podatność próbki określona w ciągu pierwszego obciążenia,

$C_i = \left(\frac{\Delta u}{\Delta P} \right)_i$ - podatność próbki odpowiadająca kolejnym jej obciążeniom,

$b = W - a$ - szerokość netto próbki.



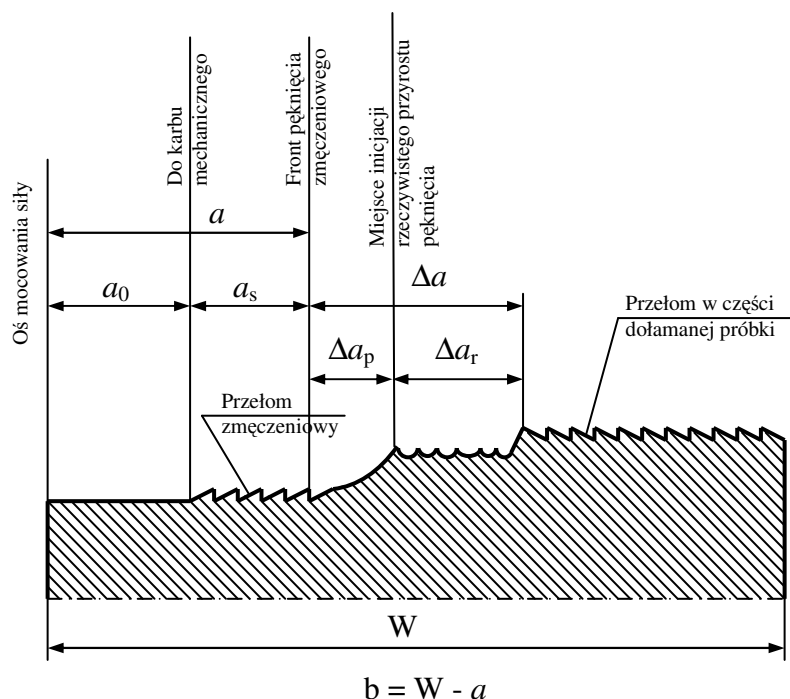
Rys. 5.3. Sposób pomiaru podatności przy kolejnych obciążeniach próbki

5.7. Po uzyskaniu wymaganego przemieszczenia u należy umieścić próbkę w komorze pieca w temp. $300^0 \div 350^0$ C na około 10 min celem znakowania długości pęknięcia. Po wykonaniu znakowania należy próbkę dołamać.

5.8. Na przełomie próbki w odległości 0,25; 0,5; 0,75 jej grubości B , wykonać należy przy pomocy mikroskopu warsztatowego z dokładnością 0,05mm następujące pomiary (rys.5.4)

- długość pęknięcia a ,
- długość pęknięcia zmęczeniowego a_s ,

- rzeczywistego przyrostu pęknięcia Δa_r ,
- pozornego przyrostu pęknięcia Δa_p (jeśli pomiar Δa_p nie jest możliwy, przyjmuje się Δa_r jako Δa).



Rys. 5.4 Schemat przekroju podłużnego próbki

Badanie należy uznać za nieważne w przypadku gdy $a_s < 1,3\text{mm}$.

Wartość obliczeniową całki J_i , J_Q wyznacza punkt na linii R (oporu) odpowiadający początkowi stabilnego pęknięcia. Równanie linii R określa się metodą najmniejszych kwadratów na podstawie co najmniej czterech par pośrednich wartości (J_i , Δa_i)

5.9. Wartości pośrednie Δa_i wyznaczamy ze wzoru (5.2), będą odkładane na osi X wykresu (J , Δa).

Wartości pośrednie całki J , J_i (odkładane na osi Y w/w wykresu) oblicza się ze wzoru

$$J_i = \frac{2A_i}{b \cdot B} \quad (5.3)$$

w którym energię A_i pochłoniętą przez próbkę (powierzchnia pod krzywą, siła obciążająca P – przemieszczenie punktu przyłożenia siły u) wyznaczamy z zależności (próbka z karbem)

$$A_i = \int_0^{u_{ki}} P du - A_0 = A_i^* - A_0 \quad (5.4)$$

gdzie: u_{ki} - jest równe przemieszczeniu odpowiadającemu pośredniemu przyrostowi pęknięcia Δa_i

Energię A_0 wyznacza się na podstawie obciążenia próbki zginanej bez karbu, o identycznych wymiarach wykonanej z materiału badanego

$$A_0 = \int_0^{u_k} P du \quad (5.5)$$

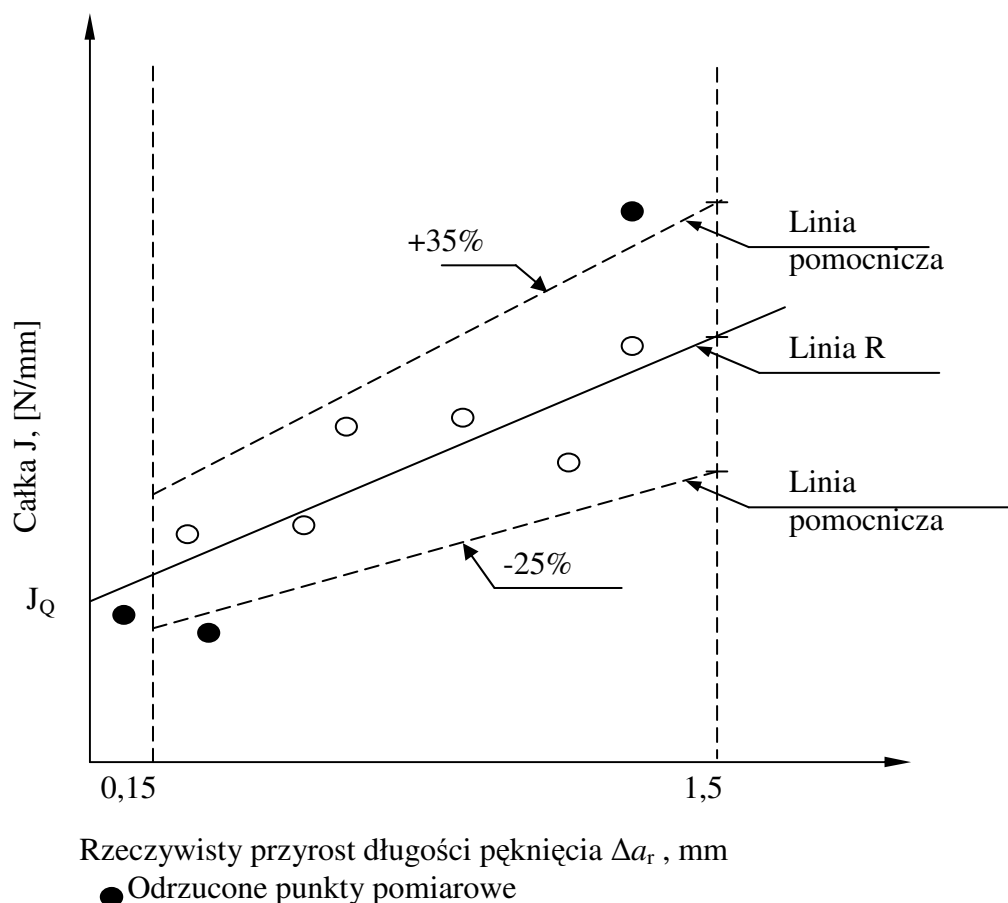
u_k – wartość przemieszczenia punktu przyłożenia siły P , przy którym obliczana jest energia.

Nieznajomość, czy brak charakterystyki materiałowej siły obciążającej P w funkcji przemieszczenia u powoduje, że wielkości energii nie mogą być obliczone z zależności (5.4) i (5.5). w takim przypadku pomiaru energii (A_i^* i A_0) pochłoniętej przez próbki dokonuje się przez planimetrywanie powierzchni pod krzywą wykresów $P=f(u)$, odpowiadającą kolejnym obciążeniom P_i wywołującym ugięcia (przemieszczenia) u_i (rys. 5.3).

Autorzy normy amerykańskiej określają pracę odkształcenia (energię pochłoniętą przez próbkę) we wzorze (5.3) jako całe pole pod krzywą siła – przemieszczenie bez odejmowania części A_0 związanej z przemieszczeniem próbki bez szczeliny – wzór (5.4).

5.10. W układzie współrzędnych prostokątnych (J , $\Delta a = \Delta a_r$) – rys. 5.5 należy:

- nanieść punkty pomiarowe spełniające warunki $0,15\text{mm} \leq \Delta a_r \leq 1,5 \text{ mm}$, próbę unieważnić jeśli $\Delta a_{r\min} \leq 1/3 \Delta a_{r\max}$,
- wyznaczyć równanie linii R – linii oporu,
- nanieść na wykresie dwie linie pomocnicze, dające wartości J większe o 35% i mniejsze o 25% od przewidywanych przez linię R ,
- odrzuć wszystkie punkty leżące poza liniami pomocniczymi,
- sprawdzić, czy na wykresie pozostały co najmniej 4 punkty pomiarowe, jeśli nie próbę należy unieważnić



Rys. 5.5. Wyznaczenie wartości obliczeniowej całki J, J_Q

Wartość obliczeniowa całki J, J_Q jest równa wyrazowi wolnemu w równaniu regresji opisującemu linię R, tzn. odpowiada wartości J w punkcie przecięcia linii R z osią rzędnych.

5.11. Wartość J_Q odpowiada wartości J_{1C} (jest odpornością na pękanie) jeśli spełnione są warunki

$$J_{1C} = J_Q \quad \text{jeśli} \quad B \geq 25 \frac{J_Q}{Re} \quad \text{oraz} \quad b \geq 25 \frac{J_Q}{Re} \quad (5.6)$$

Jeśli warunki nie są spełnione badania należy powtórzyć na próbkach o większej grubości B.

Protokół z ćwiczenia Nr 18

Temat : Badanie wytrzymałości na pękanie

1. Cel ćwiczenia

.....

2. Schemat stanowiska

Narysować schemat obciążenia próbki

3. Wyniki pomiarów i obliczenia

a. wymiary próbki i długości pęknięcia (mm)

B	W	a_o	a_s	a	b	Δa_r	Δa_p	Δa

b. obliczenie pośrednich podatności C_i oraz pośrednich przyrostów długości pęknięcia Δa_i (odpowiadających kolejnym odciążeniom)

LP	PRZYROST NAPIĘCIA ΔU_i (MM)	PRZYROST SIŁY ΔP_i (N)	PODATNOŚĆ $C_i = \frac{\Delta u_i}{\Delta P_i} \left(\frac{mm}{N} \right)$	PRZYROST DŁUGOŚCI PĘKNIĘCIA $\Delta a_i = \frac{b(C_i - C_0)}{2C_i}$
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				

- b. Obliczenie wielkości energii pochłoniętej przez próbkę i wartości pośrednich całki J , J_i

Lp.	$A_0 (Nmm)$ wzór (5.5) (lub pomiar powierzchni pod krzywą całkową)	$A_i (Nmm)$ wzór (5.4) (lub pomiar powierzchni A_i^* pod krzywą całkową)	$J_i \left(\frac{N}{mm} \right)$ wzór (5.3)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			

- c. określić (metodą najmniejszych kwadratów) równanie linii R

- e. zbudować wykres (J , $\Delta a = \Delta a_r$) i odczytać wartość obliczeniową całki J , J_Q

- f. sprawdzić czy J_Q jest odpornością na pękanie badanego materiału

- g. wnioski i uwagi z przebiegu ćwiczenia