

Ćwiczenie 19

Wyznaczenie współczynnika restytucji

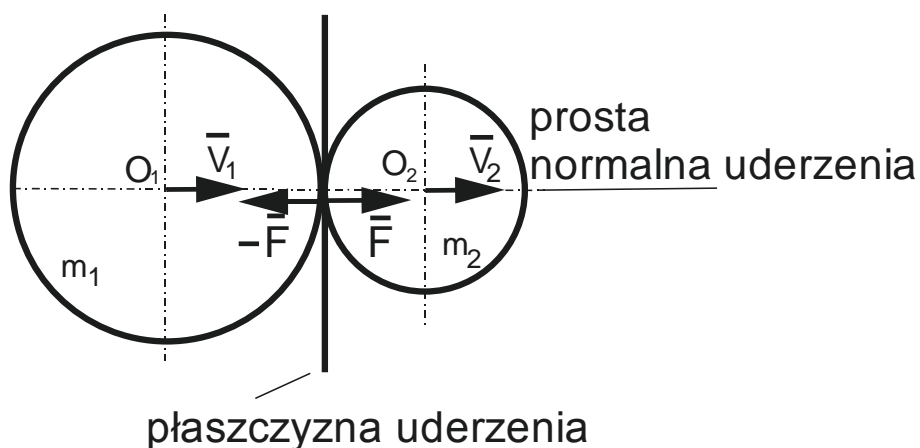
19.1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika restytucji dla różnych materiałów oraz sprawdzenie słuszności praw obowiązujących przy uderzeniu ciał

19.2. Podstawy teoretyczne

Uderzeniem określamy zjawisko wzajemnego oddziaływania dwóch ciał podczas którego w bardzo krótkim przedziale czasowym ich środki mas doznają skończonych przyrostów prędkości. Siły chwilowe podczas kontaktu ciał osiągają bardzo duże wartości przekraczające ponad tysiąc krotnie ich ciężar.

Rozpatrzmy uderzenie dwóch jednorodnych kul poruszających się ruchem postępowym i bezpośrednio przed zderzeniem się prędkości ich środków były skierowane wzdłuż jednej prostej. Powierzchnie ciał w punkcie kontaktowym mają wspólną płaszczyznę normalną zwaną płaszczyzną uderzenia.



Takie uderzenie w którym normalna uderzenia przechodzi przez środek mas uderzających o siebie ciał nazywamy uderzeniem środkowym (centralnym).

Założmy, że $V_1 - V_2 > 0$ i jak wynika z doświadczeń, czas kontaktu ciał jest niezmiennie krótki. Siły chwilowe występujące przy zderzeniu są siłami wewnętrznymi. Przy braku sił zewnętrznych rzut wektora pędu na linię normalną uderzenia jest stały

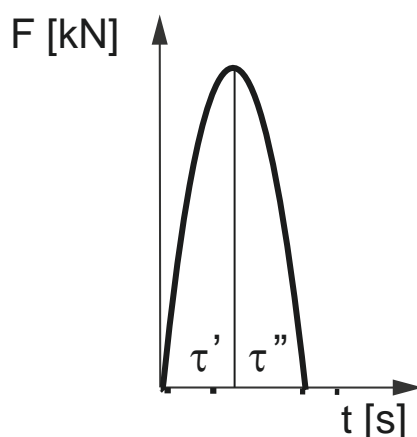
$$m_1 \bar{V}_1 + m_2 \bar{V}_2 = m_1 \bar{V}'_1 + m_2 \bar{V}'_2$$

gdzie \bar{V}'_1 i \bar{V}'_2 prędkości po uderzeniu

W chwili zderzenia ciał następuje ich deformacja. Przebieg zderzenia zależy od cech fizycznych materiałów ciał a także stanu powierzchni ich kontaktu. Przebieg uderzenia możemy podzielić na okresy

τ' – czas w którym w pobliżu miejsca kontaktu prędkości kul osiągną wspólną prędkość u

τ'' – czas w którym prędkości kul zmieniają się od u do \bar{V}'_1 i \bar{V}'_2



Jeżeli mamy do czynienia z uderzeniem idealnie sprężystym to pole wykresu odpowiadające τ' i τ'' muszą być sobie równe.

Niech F oznacza siłę oddziaływania pierwszej kuli na drugą, wówczas siła oddziaływania drugiej na pierwszą wynosi $-\bar{F}$. Z warunku, że przyrost pędu

każdej z kul równy jest impulsowi odpowiedniej siły dla przedziału czasowego $(0 \div \tau)$, otrzymujemy

$$m_1 \bar{u} - m_1 \bar{V}_1 = - \int_0^\tau \bar{F} dt = -s'$$

$$m_2 \bar{u} - m_2 \bar{V}_2 = \int_0^{\tau'} \bar{F} dt = \bar{s}'$$

W równaniu \bar{s}' oznacza impuls oddziaływania kuli m_1 na kulę o masie m_2 .

Zgodnie z hipotezą Poissona, impuls \bar{s}'' – odpowiadający drugiemu okresowi uderzenia, związany jest z impulsem \bar{s}' *zależnością*

$$s'' = k s'$$

gdzie k – stały współczynnik restytucji wyznaczony na podstawie doświadczeń

$k = 1$, dla uderzenia idealnie sprężystego

$k = 0$, dla uderzenia idealnie plastycznego

Współczynnik restytucji w zależności od materiału z którego wykonane są uderzające się ciała, przyjmuje wartości $0 \ll k \ll 1$.

Dla drugiego przedziału czasowego $(\tau' \div \tau'')$, równanie na przyrost pędu przyjmuje postać

$$m_1 \bar{V}_1' - m_1 \bar{u} = - \int_{\tau'}^{\tau''} \bar{F} dt = -k \bar{s}'$$

$$m_2 \bar{V}_2' - m_2 \bar{u} = \int_{\tau'}^{\tau''} \bar{F} dt = k \bar{s}'$$

z równań tych otrzymujemy

$$V_1' = \frac{(m_1 - km_2)V_1 + (1 + k)m_2 V_2}{m_1 + m_2}$$

$$V_2' = \frac{(m_2 - km_1)V_2 + (1 + k)m_1 V_1}{m_1 + m_2}$$

Energia kinetyczna przed uderzeniem T i po uderzeniu (T') mają różne wartości, różnica ich wynosi ΔT

$$\Delta T = T - T' = \frac{1}{2}(1 - k^2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (V_1 - V_2)^2$$

Zgodnie z hipotezą Newtona, współczynnik restytucji określamy jako stosunek prędkości względnych po i przed zderzeniem

$$k = -\frac{V_1' - V_2'}{V_1 - V_2}$$

Przykładowe wartości współczynnika k dla ciał wykonanych z materiałów;

drewna – 0,5

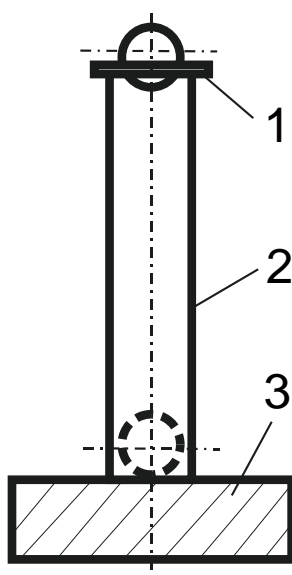
stali – 0,56

kości słoniowej - ,089

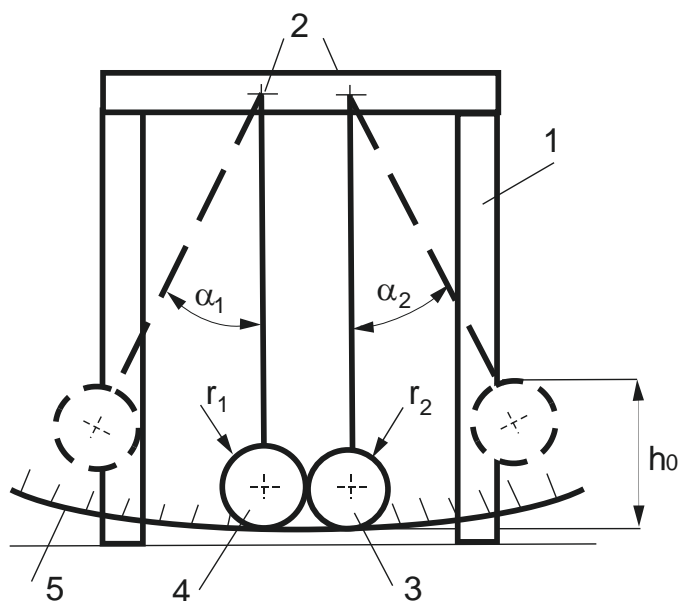
19.3. Opis stanowiska

Ćwiczenie przewiduje dwa stanowiska pomiarowe I i II.

Stanowisko I składa się z rury poliuretanowej (2), przymiaru służącego do określenia wysokości na jaką wzniesie się kulka, blokady kulki (1) oraz płyty wymiennej (3).



Drugie stanowisko pomiarowe pozwala na obserwację zmian prędkości mas m_1 i m_2 podczas uderzenia.



19.4. Przebieg ćwiczenia

1. Kulę ze stali (a), szkła (b), tworzywa (c) puszczaemy na sztywną płytę bez prędkości początkowej. Z zasady zachowania energii mechanicznej określamy prędkości przed odbiciem V i po odbiciu V' .

$$V_2 = 0, \quad m_2 = \infty, \quad V = \sqrt{2gh}, \quad V' = \sqrt{2gh_1}$$

$$k = \left| \frac{V'}{V} \right| = \sqrt{\frac{h_1}{h}}$$

Wyniki pomiarów zamieszczamy w tabeli 1.

2. Określamy prędkość kulek w oparciu o zasadę zachowania energii i znajomości wartości wcześniej wyznaczonego współczynnika restytucji k .

$$h_0 = l - l \cos \alpha; \quad V = \sqrt{2gh_0}; \quad V' = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{gl}$$

Odczyty wartości wychyleń przed uderzeniem α i po uderzeniu β dla różnych kulek i materiałów podłoża, zamieszczamy w tabeli 2.

Tabela 1

Materiał kulki	Materiał płyty	h [mm]	h_1 [mm]	k

Tabela 2

Materiał kulki m_1	Materiał kulki m_2	α_1	α_2	β_1	β_2	V_1	V_1'	V_2	V_2'

19.5. Wykonanie sprawozdania

Sprawozdanie winno zawierać:

1. Schematy stanowiska
2. Wypełnione tabele pomiarów
3. Obliczenia wyznaczonych wartości
4. Analiza wyników i wnioski

19.6. Bibliografia

1. Leyko J. Mechanika ogólna t.II. Wydawnictwo Naukowe PWN W-wa 1978
2. Jarzębowska E., Jarzębowski W. Mechanika ogólna. Wydawnictwo Naukowe PWN W-wa 2000
3. Głowacki M. Mechanika techniczna i dynamika. Oficyna Wydawnicza politechniki Warszawskiej. 2001