

# Podstawy Konstrukcji Maszyn

## Wykład 10

### Przekładnie zębate część 3 Koła walcowe o zębach śrubowych

Dr inż. Jacek Czarnigowski

## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych



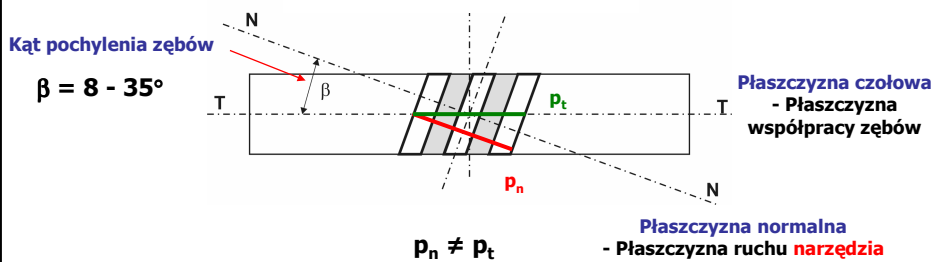
Linia zębów jest pochylona  
względem tworzącej walca i jest  
linią śrubową

Zęby nacinane są tymi samymi  
narzędziami co w przypadku kół  
o zębach prostych.

## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych

Wymiary nominalne narzędzia

Wymiary rzeczywiste zębów koła



## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych

Przeliczenia przekrój czołowy – przekrój normalny

Podziałka:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}$$

Moduł:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$$

Kąt przyporu:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}$$

Współczynnik wysokości zęba:

$$y_t = y_n \cdot \cos \beta$$

Współczynnik korekcji:

$$x_t = x_n \cdot \cos \beta$$

Współczynnik luzu wierzchołkowego:

$$c_t^* = c_n^* \cdot \cos \beta$$

Współczynnik zeszlifowania głowy zęba:

$$k_t = k_n \cdot \cos \beta$$

## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych

### Wymiary kół

Średnica podziałowa:

$$d = m_t \cdot z$$

Średnica głów:

$$d_a = m_t \cdot (z + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_t - 2 \cdot k_t)$$

Średnica stóp:

$$d_f = m_t \cdot (z - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_t - 2 \cdot c_t^*)$$

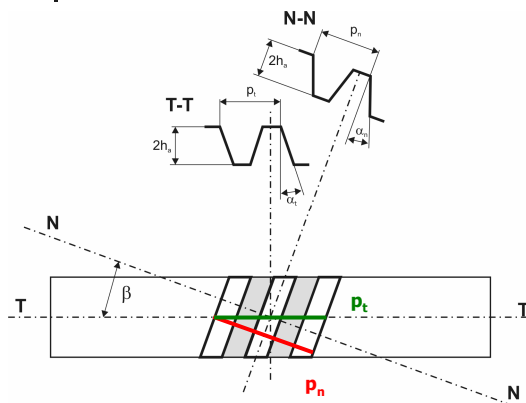
Zerowa odległość osi:

$$a = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m_t$$

**UWAGA!**  
Całość obliczeń  
odbywa się na  
płaszczyźnie czołowej

## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych

### Graniczna liczba zębów



Obliczenia przeprowadza się  
na płaszczyźnie czołowej

$$z_{gr\beta} = \frac{2 \cdot y_t}{\sin^2 \alpha_t}$$

$$z_{gr\beta} = \frac{2 \cdot y_n}{\sin^2 \alpha_n} \cdot \cos^3 \beta$$

Zmniejszenie w stosunku do  
kół o zębach prostych

$p_n < p_t$  Więcej miejsca na wyjście narzędzia

## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych

### Liczba przyporu

Liczba przyporu dla kół o zębach śrubowych składa się z dwóch części:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_\alpha + \mathcal{E}_\beta$$

Czołowa liczba przyporu

Poskokowa liczba przyporu

$$\mathcal{E}_\alpha = \frac{1}{2 \cdot \pi} [z_1 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_{wt}) + z_2 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_{wt})]$$

$$\mathcal{E}_\beta = \frac{b \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m_n}$$

## Koła zębate walcowe o zębach śrubowych

### Zalety i wady

#### Zalety:

- Długość zęba jest większa od szerokości koła.
- Skośna linia przylegania zwiększa wytrzymałość zęba.
- Większa liczba przyporu.
- Niższa wartość granicznej liczby zębów.

#### Wady:

- Dochodzą siły osiowe zwiększające obciążenia łożysk.



## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

Obliczyć wymiary kół zębatach przekładni tak aby rzeczywista odległość osi wynosiła  $a_w = 60,00$  mm

$$\begin{aligned}z_1 &= 19 \\z_2 &= 29 \\m_n &= 2,5 \\y_n &= 1 \\ \alpha_n &= 20^\circ \\c_n^* &= 0,25 \\ \beta &= 12^\circ\end{aligned}$$



## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

Przeliczenia przekrój czołowy – przekrój normalny

Moduł:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{2,5}{\cos 12^\circ} = 2,556 \text{ mm}$$

Kąt przyporu:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 12^\circ} = 0,37210 \Rightarrow \alpha_t = 20^\circ 25'$$

Współczynnik wysokości zęba:

$$y_t = y_n \cdot \cos \beta = 1 \cdot \cos 12^\circ = 0,9781$$

Współczynnik luzu wierzchołkowego:

$$c_t^* = c_n^* \cdot \cos \beta = 0,25 \cdot \cos 12^\circ = 0,2445$$



## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

**Sprawdzamy konieczność i rodzaj korekcji:**

$$a = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = 2,556 \cdot \frac{19 + 29}{2} = 61,34 \text{ mm}$$

$$a = 61,34 \text{ mm} \neq a_w = 60,00 \text{ mm}$$

**Zatem korekcja P-konstrukcyjna**

**Obliczamy rzeczywisty toczy kąt przyporu:**

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha_t = \frac{61,34}{60,00} \cdot \cos 20^\circ 25' = 0,9581$$

$$\alpha_w = 16^\circ 38'$$



## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

**Inwoluty kątów:**

$$\text{inv} \alpha_t = \text{tg} \alpha_t - \alpha_t = \text{tg} 20^\circ 25' - \frac{\pi \cdot 20^\circ 25'}{180^\circ} = 0,015890$$

$$\text{inv} \alpha_{wt} = \text{tg} \alpha_{wt} - \alpha_{wt} = \text{tg} 16^\circ 38' - \frac{\pi \cdot 16^\circ 38'}{180^\circ} = 0,008440$$

**Zatem suma współczynników korekcji wyniesie:**

$$(x_{t1} + x_{t2}) = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \text{tg} \alpha_t} \cdot (\text{inv} \alpha_{wt} - \text{inv} \alpha_t) = \frac{19 + 29}{2 \cdot \text{tg} 20^\circ 325'} \cdot (0,008440 - 0,015890)$$

$$(x_{t1} + x_{t2}) = -0,480$$

## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

Nazwa kryterium	Sposób przeprowadzania	Zastosowanie
<del>Odwrotnie proporcjonalnie</del>	<del> <math display="block">x_1 = \frac{z_2}{z_1 + z_2} \cdot (x_1 + x_2)</math> <math display="block">x_2 = (x_1 + x_2) - x_1</math> </del>	<del>Korekcja dodatnia <math>(x_1 + x_2) &gt; 0</math></del>
✓ Wprost proporcjonalnie	$x_1 = \frac{z_1}{z_1 + z_2} \cdot (x_1 + x_2)$ $x_2 = (x_1 + x_2) - x_1$	Korekcja ujemna $(x_1 + x_2) < 0$
<del>Po równo</del>	<del> <math display="block">x_1 = \frac{1}{2} \cdot (x_1 + x_2)</math> <math display="block">x_2 = x_1</math> </del>	<del><math>z_1 \approx z_2</math></del>

## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

Nazwa kryterium	Sposób przeprowadzania	Zastosowanie
<del>Wszystko na jedno koło</del>	<del> <math display="block">x_1 = (x_1 + x_2)</math> <math display="block">x_2 = 0</math> </del>	<del><math> (x_1 + x_2)  &lt; 0,3</math></del>
Niestandardowy ?	$x_1 \geq x_{gr1}$ $x_2 \geq x_{gr2}$	Zagrożenie podcięciem jednego lub obu kół

## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

$$z_{gr\beta} = \frac{2 \cdot y_t}{\sin^2 \alpha_t} = \frac{2 \cdot 0,9781}{\sin^2 20^\circ 25'} = 16,001$$

$$z_1 > z_{gr}$$

$$z_2 > z_{gr}$$

$$x_{igr1} = y_t \cdot \frac{z_{gr\beta} - z_1}{z_{gr\beta}} = 0,9781 \cdot \frac{16,001 - 19}{16,001} = -0,183$$

$$x_{igr2} = y_t \cdot \frac{z_{gr\beta} - z_2}{z_{gr\beta}} = 0,9781 \cdot \frac{16,001 - 29}{16,001} = -0,438$$

Granice korekcji

## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

**Z podziału wprost proporcjonalnego:**

$$x_{i1} = \frac{z_1}{z_1 + z_2} \cdot (x_{i1} + x_{i2}) = \frac{19}{19 + 29} \cdot (-0,480) = -0,190$$

**Ponieważ:**

$$x_{i1} = -0,190 < x_{igr1} = -0,183$$

**Przyjmujemy wartość współczynnika na podstawie podziału niestandardowego:**

$$x_{i1} = -0,18$$

$$x_{i2} = (x_{i1} + x_{i2}) - x_{i1} = -0,48 - (-0,18) = -0,30$$

**Sprawdzamy:**

$$x_{i2} = -0,30 > x_{igr2} = -0,438 \quad \text{Poprawnie}$$





## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

Następnie obliczamy pozorną odległość osi:

$$a_p = a + (x_{t1} + x_{t2}) \cdot m_t = 61,34 + (-0,18 - 0,30) \cdot 2,556 = 60,11 \text{ mm}$$

Oraz obliczamy współczynnik zeszlifowania głowy zęba:

$$k_t = \frac{a_p - a_w}{m_t} = \frac{60,11 - 60,00}{2,556} = 0,043$$

Przy założonym luzie wierzchołkowym  $c_t^* = 0,2445$  obniżenie go o 0,046 nie spowoduje wyjścia poza zakres dopuszczalny (0,15 – 0,25) to przyjmujemy:

$$k_t = 0$$



## Przykład 10.1 – korekcja P-konstrukcyjna

Zatem wymiary koła wynoszą

$$d_1 = m_t \cdot z_1 = 2,556 \cdot 19 = 48,56 \text{ mm}$$

$$d_2 = m_t \cdot z_2 = 2,556 \cdot 29 = 74,12 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = m_t \cdot (z_1 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot k_t) \\ = 2,556 \cdot (19 + 2 \cdot 0,9781 - 2 \cdot 0,18 + 2 \cdot 0) = 52,64 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = m_t \cdot (z_2 + 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot k_t) \\ = 2,556 \cdot (29 + 2 \cdot 0,9781 - 2 \cdot 0,30 + 2 \cdot 0) = 77,59 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = m_t \cdot (z_1 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t1} - 2 \cdot c_t^*) \\ = 2,556 \cdot (19 - 2 \cdot 0,9781 - 2 \cdot 0,18 - 2 \cdot 0,2445) = 41,39 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = m_t \cdot (z_2 - 2 \cdot y_t + 2 \cdot x_{t2} - 2 \cdot c_t^*) \\ = 2,556 \cdot (29 - 2 \cdot 0,9781 - 2 \cdot 0,30 - 2 \cdot 0,2445) = 66,34 \text{ mm}$$