

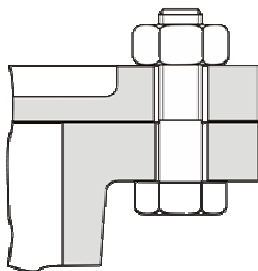
# Podstawy Konstrukcji Maszyn

## Wykład 4

### Połączenia śrubowe część 2

Dr inż. Jacek Czarnigowski

## 3 przypadek obciążenia śrub



Złącze samohamowne **najpierw napięte** siłą napięcia wstępnego  $Q_w$  poprzez skręcenie śruby momentem  $M_c$

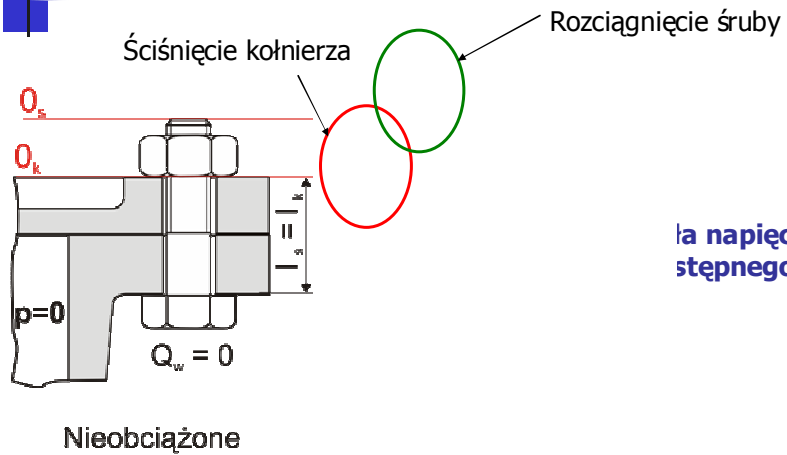
A **następnie obciążone** siłą roboczą osiową  $Q_p$  rozciągającą śrubę.

Zacisk wstępny musi być na tyle duży aby po obciążeniu śruby **siłą roboczą osiową  $Q_p$**  nie nastąpił luz między łączonymi elementami (pozostał **zacisk resztkowy  $Q_z$**

Przykłady:

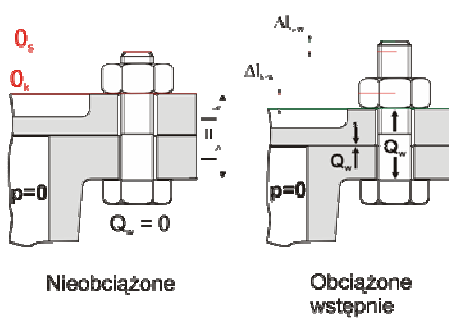
- śruby pokryw zbiorników ciśnienia,
- szpilki głowic silnika,
- śruby kołnierzy przewodów rurowych

### 3 przypadek obciążenia śrub



ła napiecia  
stępnego  $Q_w$

### 3 przypadek obciążenia śrub



Odształcenia występują w  
zakresie odkształceń  
sprężystych

$$\Delta l = \delta \cdot l$$

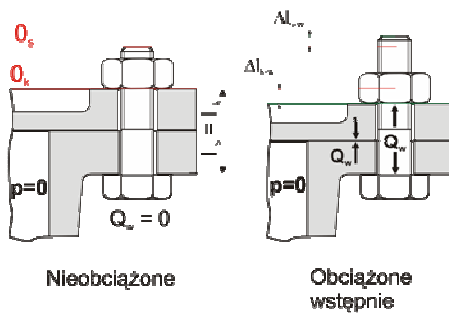
Prawo Hookea

Wydłużenie jednostkowe

$$\delta = \frac{\sigma_r}{E}$$

Napężenia rozciągające  
Moduł sprężystości – Moduł Younga

### 3 przypadek obciążenia śrub



Zatem przy obciążeniu wstępnym siłą  $Q_w$

Odształcenie śruby:

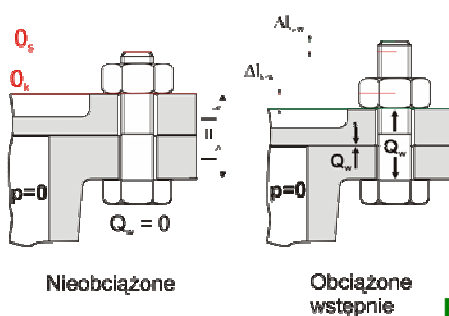
$$\Delta l_{s-w} = \delta_s \cdot l_s = \frac{\sigma_r}{E_s} \cdot l_s$$

**Podatność śruby**

$$\Delta l_{s-w} = \frac{Q_w}{F_s \cdot E_s} \cdot l_s = Q_w \cdot \frac{l_s}{F_s \cdot E_s} = Q_w \cdot \frac{1}{c_s}$$

**Sztywność śruby**

### 3 przypadek obciążenia śrub



Zatem przy obciążeniu wstępnym siłą  $Q_w$

Odształcenie kołnierza:

$$\Delta l_{k-w} = \delta_k \cdot l_k = \frac{\sigma_r}{E_k} \cdot l_k$$

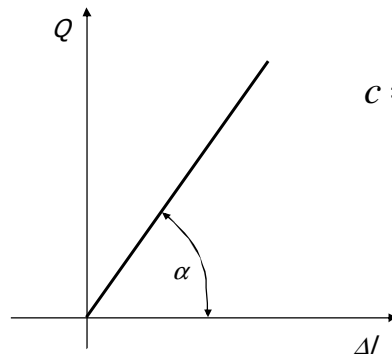
**Podatność kołnierza**

$$\Delta l_{k-w} = \frac{Q_w}{F_k \cdot E_k} \cdot l_k = Q_w \cdot \frac{l_k}{F_k \cdot E_k} = Q_w \cdot \frac{1}{c_k}$$

**Sztywność kołnierza**

### 3 przypadek obciążenia śrub

Sztywność

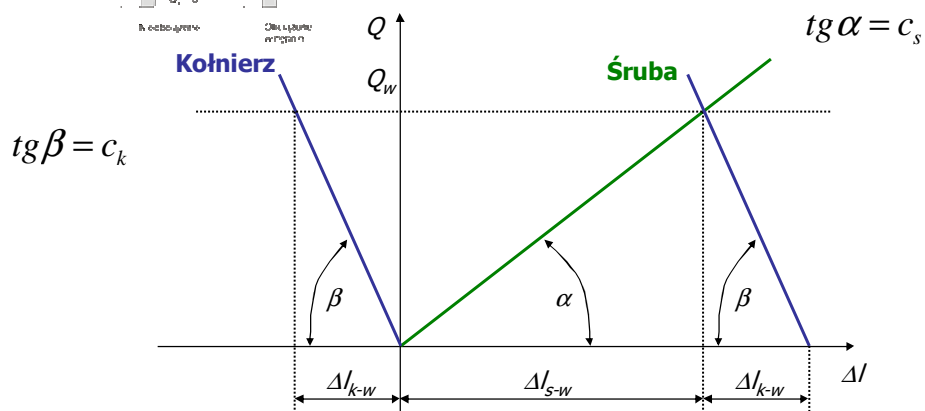
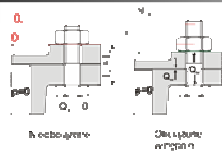


$$c = \frac{F \cdot E}{l} = \left[ \frac{m^2 \cdot \frac{N}{m^2}}{m} = \frac{N}{m} \right]$$

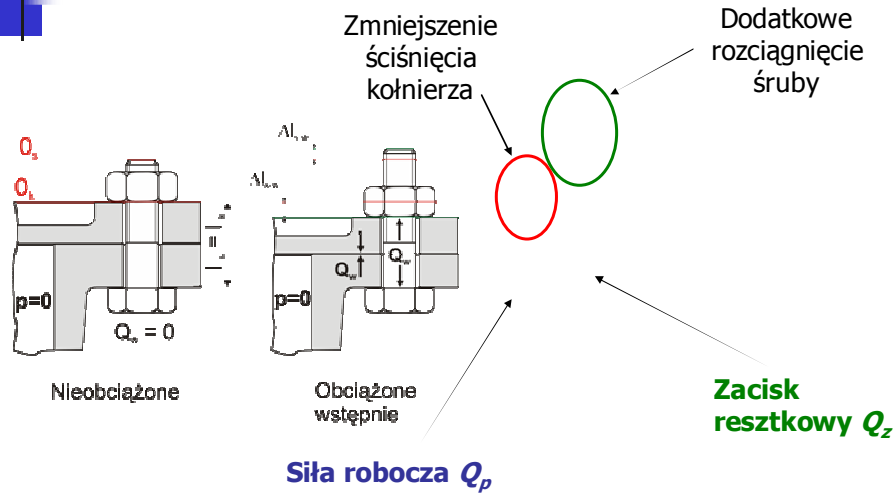
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Q}{\Delta l} = c$$

### 3 przypadek obciążenia śrub

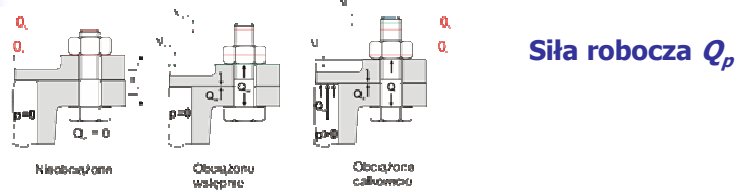
Wykres obciążeń i odkształceń



### 3 przypadek obciążenia śrub



### 3 przypadek obciążenia śrub



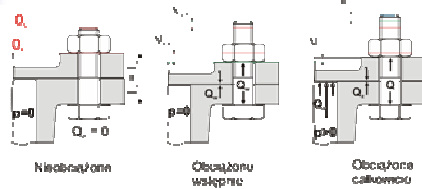
$$Q_p = \Delta l_p \cdot (c_s + c_k)$$

$$Q_p = \Delta l_p \cdot c_s + \Delta l_p \cdot c_k = Q_p^s + Q_p^k$$

Dodatkowe obciążenie śruby

Odciążenie kołnierza

### 3 przypadek obciążenia śrub

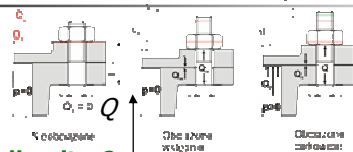


Siła robocza  $Q_p$

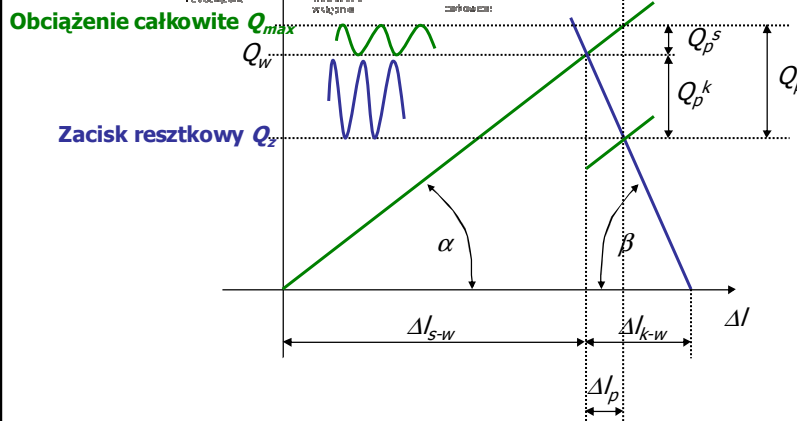
**Dodatkowe obciążenie śruby**  $Q_p^s = Q_p \frac{c_s}{c_s + c_k}$

**Ociążenie kołnierza**  $Q_p^k = Q_p \frac{c_k}{c_s + c_k}$

### 3 przypadek obciążenia śrub

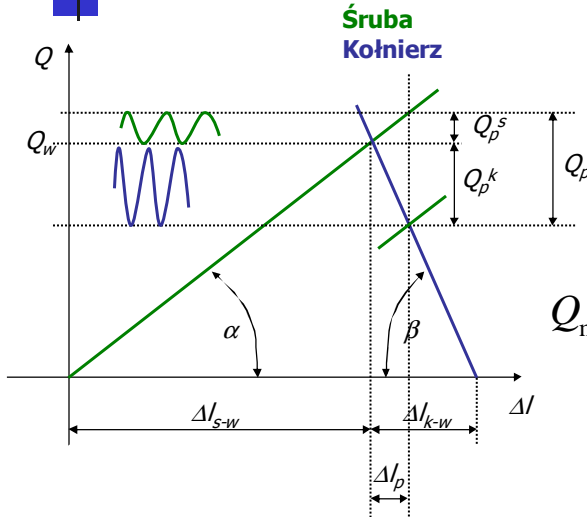


Wykres obciążeń i odkształceń



### 3 przypadek obciążenia śrub

Wykres obciążeń i odkształceń



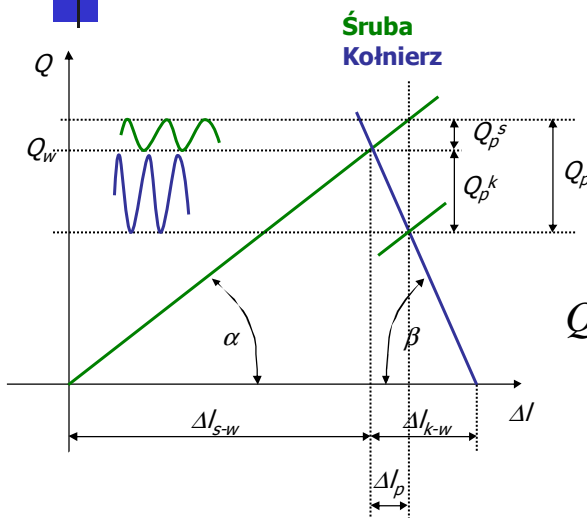
**Obciążenie całkowite  $Q_{max}$**

$$Q_{max} = Q_w + Q_p^s$$

$$Q_{max} = Q_w + Q_p \frac{c_s}{c_s + c_k}$$

### 3 przypadek obciążenia śrub

Wykres obciążeń i odkształceń



**Zacisk resztkowy  $Q_z$**

$$Q_z = Q_w - Q_p^k$$

$$Q_z = Q_w - Q_p \frac{c_k}{c_s + c_k}$$



### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Zacisk resztkowy $Q_z$

Aby na powierzchniach łączonych nie wystąpił luz to zacisk resztkowy powinien być większy od 0

$$Q_w > Q_p \frac{c_k}{c_s + c_k}$$



### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Zacisk resztkowy $Q_z$

Siła zacisku resztkowego nie powinna być zbyt mała i wynosić:

Gdy wymagana jest szczelność:

$$Q_z = \frac{p_u \cdot F_u}{n}$$

$p_u$  - ciśnienie uszczelnienia

Np. dla silników spalinowych:

$$p_u = 1,5 - 2 p_{max}$$

$F_u$  - pole powierzchni uszczelnienia

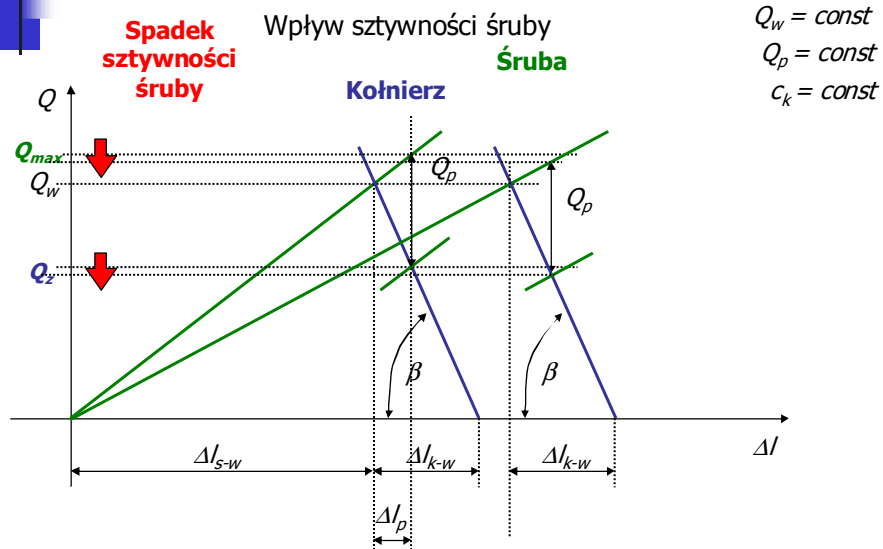
$n$  - liczba śrub w złączu

Gdy nie wymagana jest szczelność:

$$Q_z = 0,2 \div 0,6 \cdot Q_p$$



### 3 przypadek obciążenia śrub



### 3 przypadek obciążenia śrub

Wpływ sztywności śruby

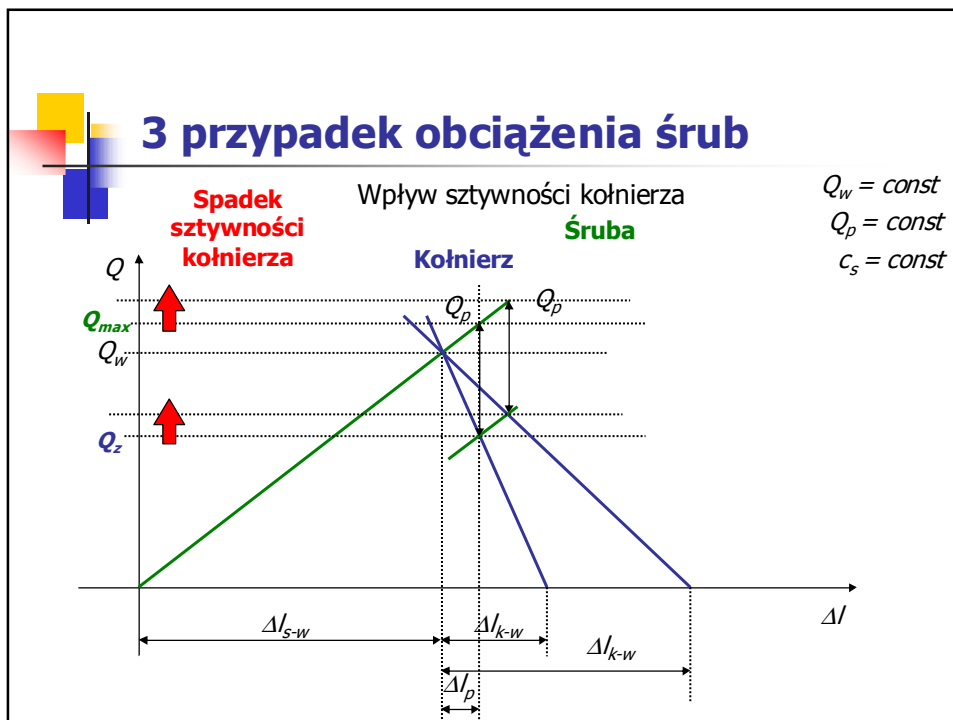
#### Spadek sztywności śruby

##### Zalety:

- Spadek obciążenia całkowitego (maksymalnego) w śrubie
- Spadek zakresu zmienności obciążenia w śrubie
- Spadek naprężeń średnich w kołnierzu

##### Wady:

- Spadek zacisku resztkowego



### 3 przypadek obciążenia śrub

Wpływ sztywności kołnierza

**Spadek sztywności kołnierza**

**Zalety:**

- Wzrost zacisku resztkowego

**Wady:**

- Wzrost obciążenia całkowitego (maksymalnego) w śrubie
- Wzrost zakresu zmienności obciążenia w śrubie
- Wzrost naprężeń średnich w kołnierzu



### 3 przypadek obciążenia śrub

Wpływ sztywności śruby i kołnierza

**Wniosek**

**Idealne rozwiązanie to:  
Podatna śruba i sztywny kołnierz**

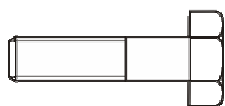


### 3 przypadek obciążenia śrub

Określenie sztywności śruby

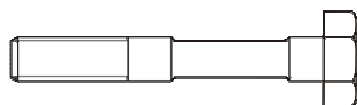
Śruba o stałej średnicy

$$c_s = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot E_s}{4 \cdot l_s}$$



Śruba o zmiennej geometrii

$$\frac{1}{c_s} = \frac{1}{E_s} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{F_i}$$



### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Określenie sztywności kołnierza

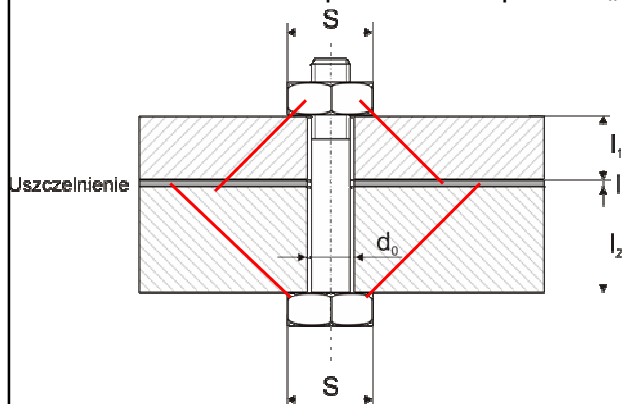
Metoda dokładna – oparta na badaniach doświadczalnych rzeczywistego elementu

Metoda uproszczona – oparta na „stożkach wpływu”

### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Określenie sztywności kołnierza

Metoda uproszczona – oparta na „stożkach wpływu”

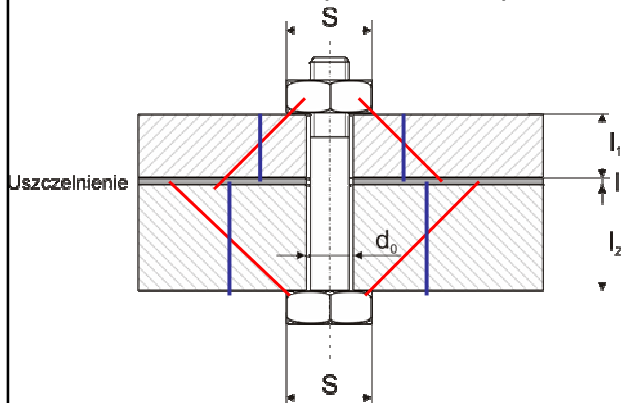


Zakłada się, że ściskany jest ścięty stożek o średnicy mniejszej podstawy równej wymiarowi pod klucz  $S$  i tworzącej pod kątem  $45^\circ$

### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Określenie sztywności kołnierza

Metoda uproszczona – oparta na „stożkach wpływu”



Stożki te zastępowane są walcami zastępczymi o średnicy:

$$D_z = S + l$$

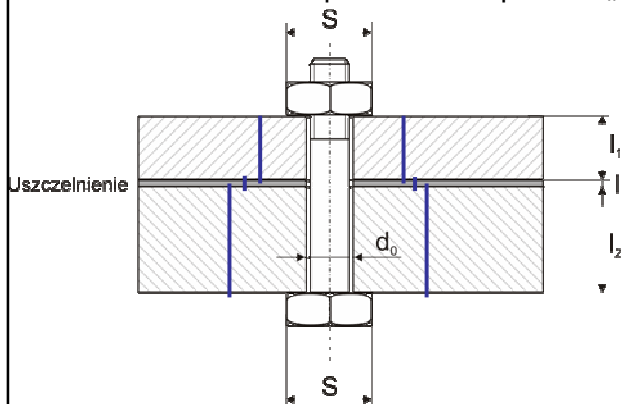
$$D_{z1} = S + l_1$$

$$D_{z2} = S + l_2$$

### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Określenie sztywności kołnierza

Metoda uproszczona – oparta na „stożkach wpływu”



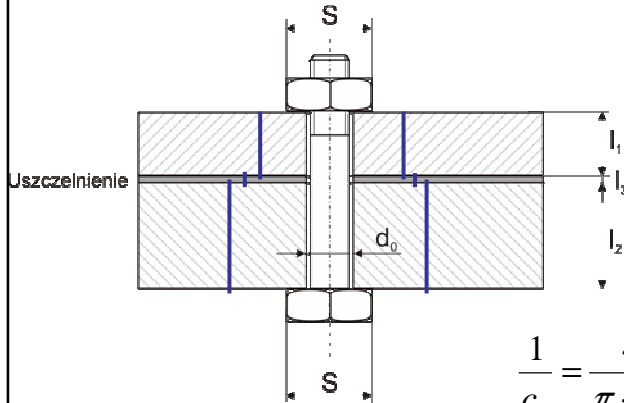
Dla uszczelki przyjmują się średnicę pośrednią:

$$D_{z3} = \frac{D_{z1} + D_{z2}}{2}$$

### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Określenie sztywności kołnierza

Metoda uproszczona – oparta na „stożkach wpływu”



Dla tak określonych walców zastępczych oblicza się sztywność jako:

$$\frac{1}{c_k} = \frac{1}{E_k} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{F_i}$$

$$\frac{1}{c_k} = \frac{4}{\pi \cdot E_k} \cdot \sum_{i=1}^3 \left( \frac{l_i}{D_{zi}^2 - d_o^2} \right)$$

### 3 przypadek obciążenia śrub

#### Obliczenia wytrzymałościowe

##### Śruba

Rozciąganie:

$$\sigma_r = \frac{Q_{\max}}{F_{\min}}$$

Najmniejsze pole przekroju śruby

Skrcanie:

Moment całkowity wywołany zaciskiem wstępnym

$$\tau_s = \frac{M_c}{W_{o \min}}$$

Dla najmniejszego pole przekroju śruby

$$M_c = M_t + M_s$$

$$M_c = 0,5 \cdot Q_w \cdot [d_p \cdot \mu + d_s \cdot tg(\gamma + \rho')]$$

$$d_p = \frac{S + d_o}{2}$$



## 3 przypadek obciążenia śrub

Obliczenia wytrzymałościowe

Śruba

Naprężenia zastępcze:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + 3 \cdot \tau_s^2} < w \cdot k_r$$

Zmienność obciążenia:

Tylko rozciąganie – cykl jednostronny siła zmienia się od  $Q_w$  do  $Q_{max}$



## 3 przypadek obciążenia śrub

Obliczenia wytrzymałościowe

Kołnierz

Najsłabszym elementem jest uszczelka:

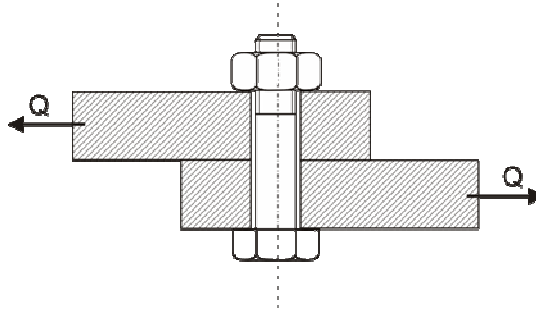
$$p = \frac{Q_w}{F_u} \leq p_{dop}$$

Zmienność obciążenia:

Ściskanie cykl jednostronny siła zmienia się od  $Q_w$  do  $Q_z$

## 4 przypadek obciążenia śrub

Złącze śrubowe obciążone **siłą prostopadłą** do osi



Przykłady:

- połączenie blach,
- połączenia kołnierzy sprzęgieł,
- ...

## 4 przypadek obciążenia śrub

Sposoby przenoszenia obciążenia:

Śruby ciasnopasowane

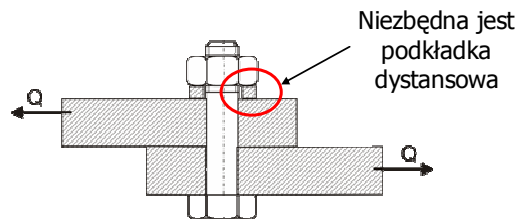
Śruby luźnopasowane

Pracujące na zginanie

Obciążenie przenoszone  
tarciami



## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby ciasnopasowane

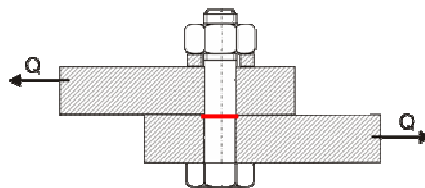


Śruba jest spasowana w otworach łączonych elementów.  
Pracuje w tym przypadku **część niegwintowana**.

Śruba pracuje jak **kołek**. Gwint jest tylko elementem **zabezpieczającym** przed rozłączeniem

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby ciasnopasowane

Obliczenia wytrzymałościowe



1. Warunek na ścinanie:

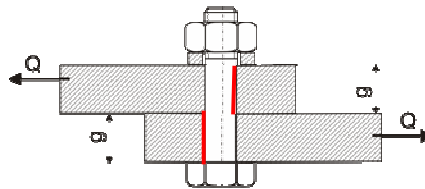
$$\tau_t = \frac{Q}{F} = \frac{4 \cdot Q}{\pi d^2 m} \leq k_t$$

Średnica nominalna gwintu =  
średnicy trzpienia  
nienagwintowanego

Liczba powierzchni czynnych

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby ciasnopasowane

### Obliczenia wytrzymałościowe



#### 2. Warunek na nacisków:

$$p = \frac{Q}{g \cdot d \cdot n} \leq p_{dop}$$

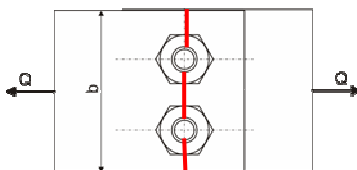
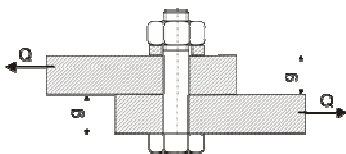
Średnica nominalna gwintu =  
średnicy trzpienia  
nienagwintowanego

Liczba śrub

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby ciasnopasowane

### Obliczenia wytrzymałościowe

#### 3. Warunek wytrzymałości płaskowników na rozciąganie:



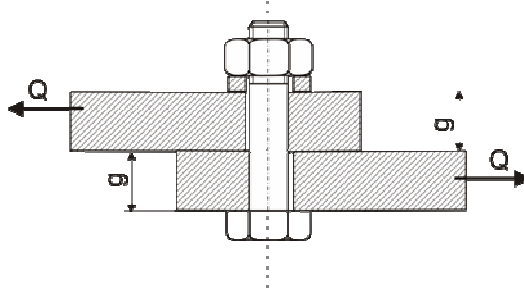
$$\sigma_r = \frac{Q}{g \cdot (b - n \cdot d)} \leq k_r$$

Liczba śrub w linii

Średnica nominalna  
gwintu = średnicy  
trzpienia  
nienagwintowanego

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane zginane

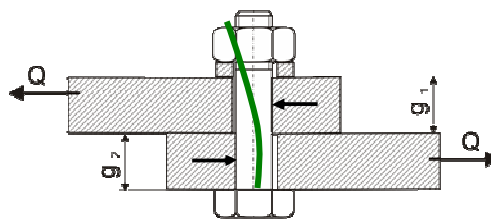
Śruba jest luźno osadzona w otworach łączonych elementów.  
Pracuje w tym przypadku **część niegwintowana**.



Śruba pracuje jak **luźny kołek**. Gwint jest tylko elementem  
**zabezpieczającym przed rozłączeniem**

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane zginane

Obliczenia wytrzymałościowe



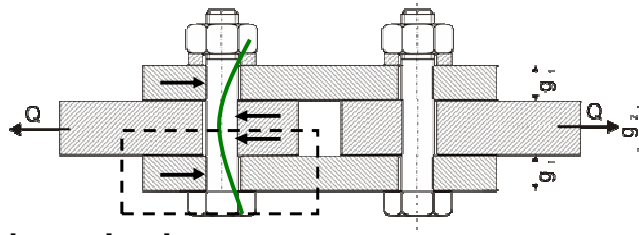
1. Warunek na zginanie

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{32 \cdot M_g}{\pi \cdot d^3} \leq k_g \quad M_g = \frac{Q}{n} \cdot \frac{1}{2} (g_1 + g_2)$$

Liczba śrub

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane zginane

### Obliczenia wytrzymałościowe



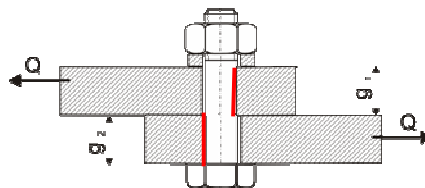
#### 1. Warunek na zginanie

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{32 \cdot M_g}{\pi \cdot d^3} \leq k_g \quad M_g = \frac{Q}{n} \cdot \left( \frac{1}{2} g_1 + \frac{1}{4} g_2 \right)$$

Liczba śrub

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane zginane

### Obliczenia wytrzymałościowe



#### 2. Warunek na nacisków:

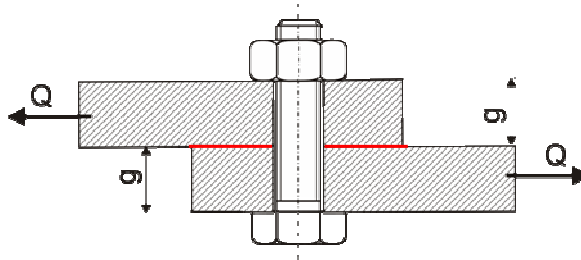
$$p = \frac{Q}{g \cdot d \cdot n} \leq p_{dop}$$

Średnica nominalna gwintu =  
średnicy trzpienia  
nienagwintowanego

Liczba śrub

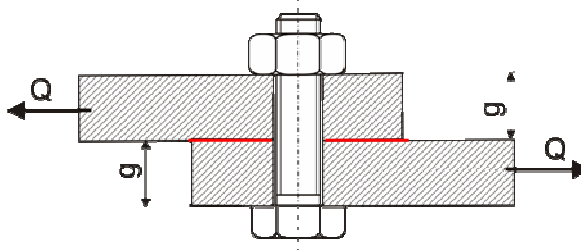
## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane tarciove

Obciążenie przenoszone jest poprzez **tarcie** między łączonymi elementami. Tarcie to uzyskiwane jest poprzez **nacisk** wywołany **napięciem** śrub.



## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane tarciove

Obliczenia wytrzymałościowe



Założenie:  $T > Q$

Metoda uproszczona:

$$T = \mu \cdot Q_w \cdot n \cdot i$$

Współczynnik tarcia

Siła zacisku wstępnego (jak w obliczeniach 3 przypadku śrub)

Liczba śrub

Liczba powierzchni tarcznych

## 4 przypadek obciążenia śrub – śruby luźnopasowane tarciove

Obliczenia wytrzymałościowe

Rozciąganie:

$$\sigma_r = \frac{Q_w}{F} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_3^2 \cdot \mu \cdot n \cdot i}$$

Skręcanie:

$$\tau_s = \frac{M_c}{W_o} = \frac{16 \cdot M_c}{\pi \cdot d_3^3}$$

Moment całkowity wywołany zaciskiem wstępnym

$$M_c = M_t + M_s$$

$$M_c = 0,5 \cdot Q_w \cdot [d_p \cdot \mu + d_s \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \rho')]$$

Tarcie między nakrętką a elementem dociskanym

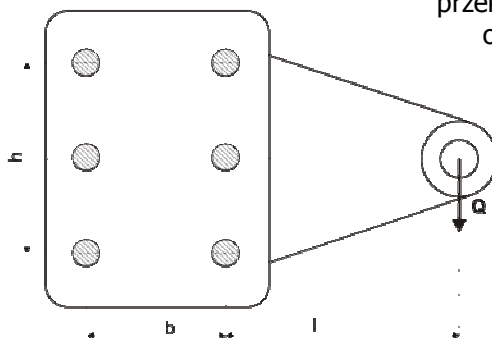
$$d_p = \frac{S + d_o}{2}$$

Naprężenia zastępcze:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + 3 \cdot \tau_s^2} < w \cdot k_r$$

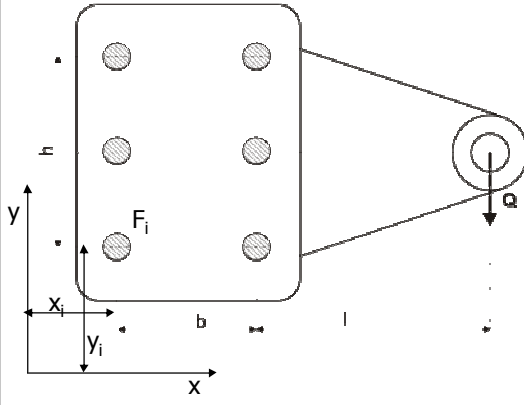
## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

Połączenie traktowane jest jak jeden przekrój (redukuje się na niego obciążenia zewnętrzne)



## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

Pierwszym krokiem jest zatem określenie położenia **środka ciężkości** tego przekroju

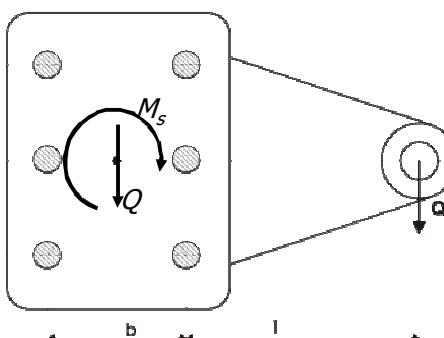


1. Wprowadzamy układ współrzędnych
2. Obliczenie położenia środka ciężkości

$$x_o = \frac{\sum F_i \cdot x_i}{\sum F_i} \quad y_o = \frac{\sum F_i \cdot y_i}{\sum F_i}$$

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

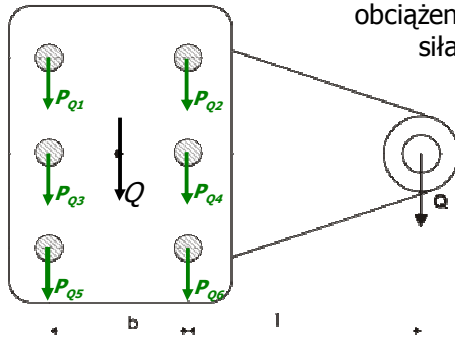
Następnie przenosimy obciążenie na **środek ciężkości**:



$$M_s = Q \cdot \left( l + \frac{b}{2} \right)$$

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

Rozdzielamy obciążenie proporcjonalnie na każdą ze śrub oddzielnie, zastępując obciążenia zredukowane odpowiednimi siłami działającymi na śruby



1. Siła Q

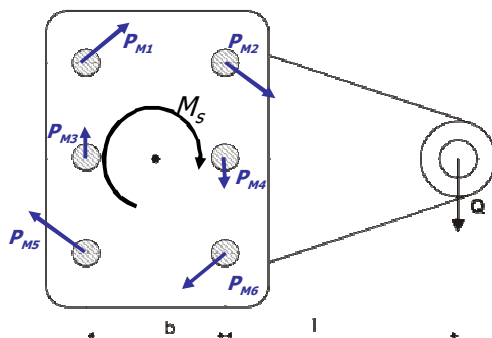
$$P_{Qi} = Q \cdot \frac{F_i}{\sum F_i}$$

Dla takich samych śrub

$$P_{Qi} = \frac{Q}{n}$$

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

2. Moment  $M_s$



$$M_s = \sum (P_{Mi} \cdot r_i) = Q \cdot \left( l + \frac{b}{2} \right)$$

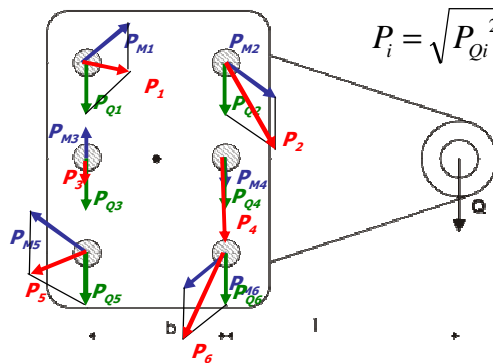
Im dalej położona śruba od środka ciężkości tym większe jest jej obciążenie. Wynika to z rozkładu naprężeń w przekroju skręcanym

$$\frac{P_{M1}}{r_1} = \frac{P_{M2}}{r_2} = \frac{P_{Mi}}{r_i}$$



## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

Wyznaczenie obciążeń wypadkowych dla poszczególnych śrub



$$P_i = \sqrt{P_{Qi}^2 + P_{Mi}^2 + 2 \cdot P_{Qi} \cdot P_{Mi} \cdot \cos \alpha}$$

Kąt zawarty między siłami

Do dalszych obliczeń bierze się **największą** z sił wypadkowych

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

Sposoby przenoszenia obciążenia:

### Śruby ciasnopasowane

- Obliczenia warunków na:
- Ścinanie
  - Naciski powierzchniowe

### Śruby luznopasowane

#### Pracujące na zginanie

- Obliczenia warunków na:
- Zginanie
  - Naciski powierzchniowe

#### Obciążenie przenoszone tarcim

- Obliczenia warunków na:
- Rozciąganie
  - Skręcanie

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

### Obciążenie przenoszone tarciem

Są dużo trudniejsze, ze względu określenia  
wymaganej siły zacisku wstępnych elementów

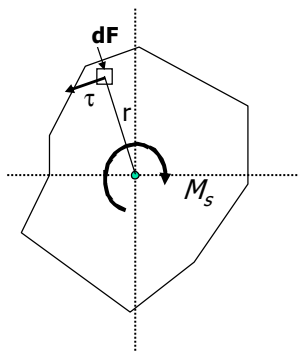
Przeniesienie obciążenia przy obciążeniu tylko momentem skręcającym  
obliczenia opierają się założeniu równego rozkładu nacisków na całej  
powierzchni styku.

Przyjmuje się, że:  $M_t > M_s$

Zwykle:  $M_t = (1,2 - 1,4) M_s$

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane

### Obliczenie momentu tarcia



$$M_t = \int_F \tau \cdot r \cdot dF$$

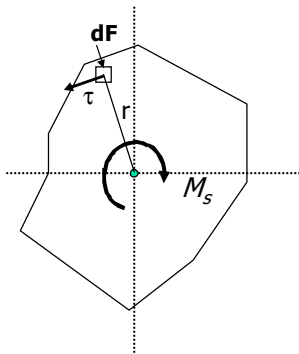
$$\tau = \mu \cdot p$$

$$M_t = \int_F \mu \cdot p \cdot r \cdot dF = \mu \cdot p \cdot \int_F r \cdot dF$$

$$M_t = \mu \cdot p \cdot S_o$$

Biegunowy moment statyczny powierzchni  
względem środka ciężkości

## 4 przypadek obciążenia śrub – połączenia grupowe skręcane



Wymagany nacisk

$$p = \frac{M_t}{\mu \cdot S_o}$$

Uzyskiwany nacisk

$$p = \frac{Q_w \cdot n}{F}$$

← Liczba śrub

Stąd:

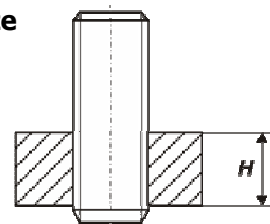
$$Q_w = \frac{M_t \cdot F}{\mu \cdot S_o \cdot n}$$

Dalsze obliczenia tak jak poprzednio

## Wytrzymałość połączenia gwintowego

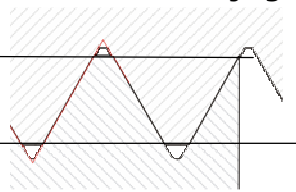
Określana jest jako obciążenie jakie może przenieść zestaw **Śruba-Nakrętka**

Obliczenia opierają się na obliczeniu **nacisku** na zwoje gwintu



d – średnica zewnętrzna śruby (wymiar nominalny)

D<sub>1</sub> – średnica wewnętrzna nakrętki (średnica otworu)



$$p = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot (d^2 - D_1^2) \cdot n} \leq p_{dop}$$

↑  
Liczba zwojów połączenia



## Wytrzymałość połączenia gwintowego

Najczęściej obliczenia wytrzymałości prowadzą do obliczenia wysokości nakrętki (ilości zwojów gwintu)

$$n \geq \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot (d^2 - D_1^2) \cdot p_{dop}}$$

↑  
Nacisk dopuszczalny na zwoje gwintu

$$n_{rz} = n + 1,5 \quad \leftarrow \text{Zwoje uszkodzone na wejściu i wyjściu}$$

Stąd wysokość nakrętki: 
$$H = \frac{n_{rz} \cdot P}{z}$$

← Skok gwintu  
← Krotność gwintu



## Wytrzymałość połączenia gwintowego

**Warunki dodatkowe:**

tzw. „warunek dobrego prowadzenia”

$$H = (1,2 \div 2) \cdot d_s$$

**Gwinty złączone (nakrętki znormalizowane)**

$$H = 0,8 \cdot d$$