Podstawy Konstrukcji Maszyn

Wykład 3

Obciążenia zmienne

Dr inż. Jacek Czarnigowski

Zmienność obciążeń

Klasyfikacja obciążeń:

Obciążenia stałe

Wartość, kierunek i zwrot
nie ulegają zmianie w czasie

Obciążenia zmienne

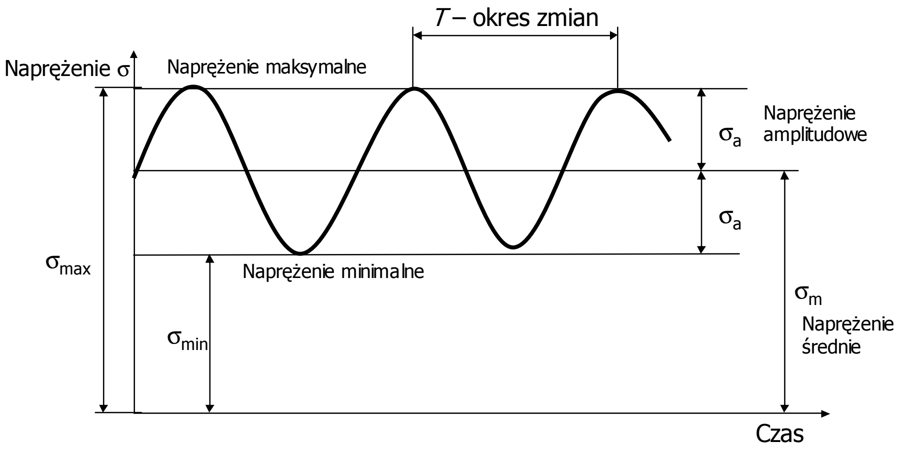
Wartość, kierunek lub zwrot
(jedna lub wiele z
powyższych) ulega zmianie
w czasie

O zmienności ustalonej

O zmienności nieustalonej

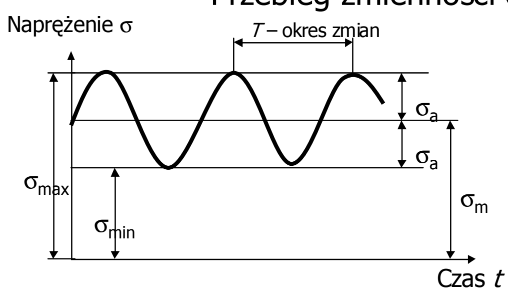
Zmienność obciążenia

Przebieg zmienności obciążenia



Zmienność obciążenia

Przebieg zmienności obciążenia



$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\varpi \cdot t)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a \qquad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$$

Współczynniki charakteryzujące zmienność cyklu

Do opisu zmienności cyklu (jego asymetrii) stosuje się zamiennie dwa współczynniki

Współczynnik amplitudy cyklu

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Współczynnik stałości obciążenia

$$\kappa = \frac{\sigma_m}{\sigma_a}$$

Współczynniki charakteryzujące zmienność cyklu

Współczynniki te są względem siebie przekształcalne

Współczynnik amplitudy cyklu

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Współczynnik stałości obciążenia

$$\kappa = \frac{\sigma_m}{\sigma_a}$$

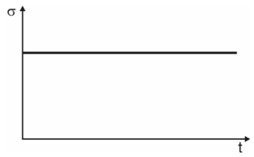
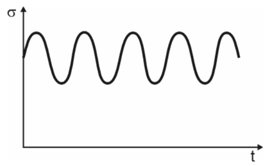
$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} = \frac{\frac{\sigma_m}{\sigma_a} - 1}{\frac{\sigma_m}{\sigma_a} + 1} = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}$$

$$\longleftarrow \quad \longrightarrow$$

$$\kappa = \frac{\sigma_m}{\sigma_a} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} = \frac{1 + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}}{1 - \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}} = \frac{1 + R}{1 - R}$$

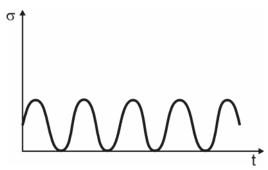
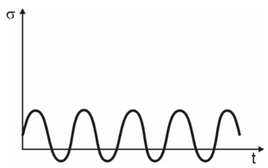
Współczynniki charakteryzujące zmienność cyklu

Wartości współczynników dla różnych zmienności obciążenia

Rodzaj cyklu	Schemat	Naprężenia	Współczynniki
Stały		$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma_m > 0$ $\sigma_a = 0$	$R = +1$ $\kappa = +\infty$
Jednostronny		$\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, \sigma_m > 0$ $\sigma_a > 0$	$0 < R < 1$ $1 < \kappa < +\infty$

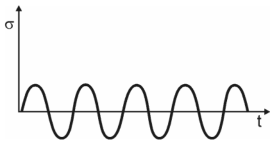
Współczynniki charakteryzujące zmienność cyklu

Wartości współczynników dla różnych zmienności obciążenia

Rodzaj cyklu	Schemat	Naprężenia	Współczynniki
Odzerowo-tętniący		$\sigma_{\max} > 0 \;\; \sigma_{\min} = 0$ $\sigma_a = \sigma_m = \frac{1}{2}\sigma_{\max}$	$R = 0$ $\kappa = 1$
Dwustronny		$\sigma_{\max} > 0 \;\; \sigma_{\min} < 0$ $\sigma_a > 0 \;\; \sigma_m > 0$	$-1 < R < 0$ $0 < \kappa < 1$

Współczynniki charakteryzujące zmienność cyklu

Wartości współczynników dla różnych zmienności obciążenia

Rodzaj cyklu	**Schemat**	**Naprężenia**	**Współczynniki**
Wahadłowy		$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ $\sigma_m = 0 \quad \sigma_a = \sigma_{\max}$	$R = -1$ $\kappa = 0$

Wytrzymałość zmęczeniowa

Wytrzymałość materiału obciążonego w sposób zmienny jest niższa niż w przypadku obciążenia stałego.

Jako „wytrzymałość" należy rozumieć graniczne obciążenie jakie element jest w stanie przenieść

Wytrzymałość zmęczeniowa

Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

1. Materiał elementu

2. Zmienność obciążenia

3. Kształt przedmiotu

4. Stan powierzchni

5. Wielkość przedmiotu

6. Agresywne działanie środowiska

7. Temperatura pracy

Wytrzymałość zmęczeniowa

Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

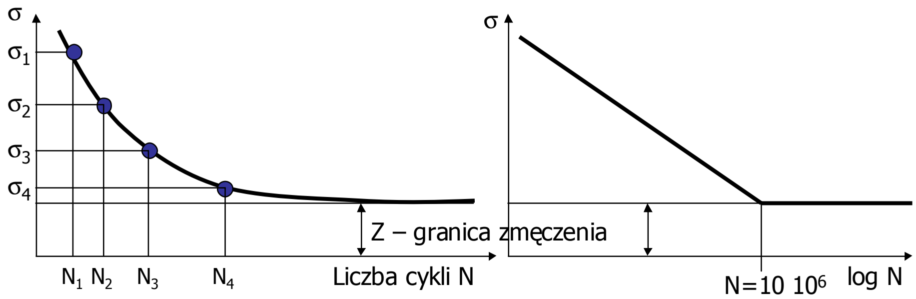
1. Materiał elementu

2. Zmienność obciążenia

Badania nad wytrzymałością przy obciążeniach zmiennych przeprowadził Wöhler (druga połowa XIX wieku)

Wytrzymałość zmęczeniowa – wykres Wöhlera

Przeprowadził badania dla próbki wzorcowej przy danym typie obciążenia, przy zmiennej amplitudzie a stałym współczynniku amplitudy cyklu ***R***. Celem badań było określenie ilości cykli obciążenia jakie wytrzyma próbka przy danym obciążeniu



Granica zmęczenia

Granica zmęczenia (wytrzymałość zmęczeniowa) *Z*– największe naprężenie, przy którym próbka nie ulegnie zniszczeniu po osiągnięciu umownej granicy liczby cykli *N* (bazowa liczba cykli)

Bazowa liczba cykli wynosi:
– dla stali $N = 10 \cdot 10^6$
– dla stopów metali nieżelaznych $N = 100 \cdot 10^6$
– w badaniach porównawczych $N = 2 \cdot 10^6$, $5 \cdot 10^6$, $20 \cdot 10^6$

Badania prowadzi się najczęściej dla dwóch charakterystycznych cykli:
- odzerowo-tętniącego
- wahadłowego.

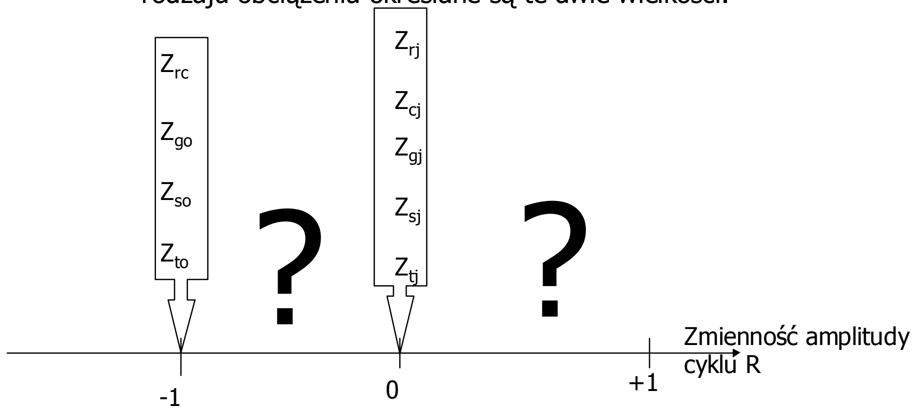
Granica zmęczenia

Granica zmęczenia *Z*
dla stali wartości orientacyjne

Obciążenie	Cykl odzerowo-tętniący	Cykl wahadłowy
Rozciąganie i ściskanie	$Z_{rj} = (0{,}55 \div 0{,}63) \cdot R_m$	$Z_{rc} = 0{,}33 \cdot R_m$
Zginanie	$Z_{gj} = 0{,}7 \cdot R_m$	$Z_{go} = 0{,}45 \cdot R_m$
Skręcanie	$Z_{sj} = (0{,}45 \div 0{,}5) \cdot R_m$	$Z_{so} = 0{,}25 \cdot R_m$

Granica zmęczenia

Granica zmęczenia *Z* określana jest dla 2 rodzajów cykli: odzerowo-tętniącego i wahadłowego. Dla każdego materiału i rodzaju obciążenia określane są te dwie wielkości.



Wykresy zmęczeniowe

Wykresy zmęczeniowe – na podstawie dalszych badań opartych na badaniach Wöhlera opracowano zależności granicy zmęczenia od cyklu obciążenia. Zauważono, że zależności te są identyczne dla wszystkich badanych materiałów. Zależności te przedstawiono za pomocą wykresów:

W układzie współrzędnych: $\sigma_{max}\ \sigma_{min}\ (\sigma_m)$

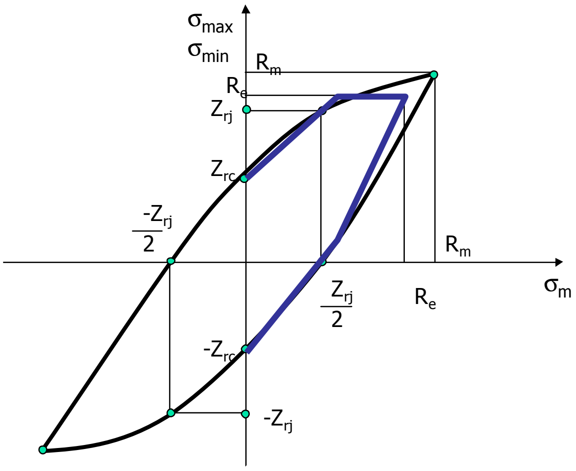
Wykres Smitha

W układzie współrzędnych: $\sigma_a\ (\sigma_m)$

Wykres Haigha

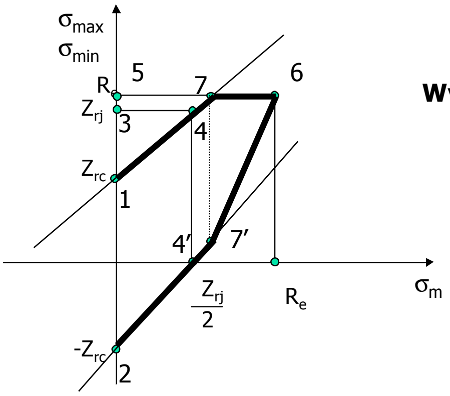
Wykresy zmęczeniowe – wykres Smitha

W układzie współrzędnych: $\sigma_{max}\ \sigma_{min}\ (\sigma_m)$



Wykresy zmęczeniowe – wykres Smitha

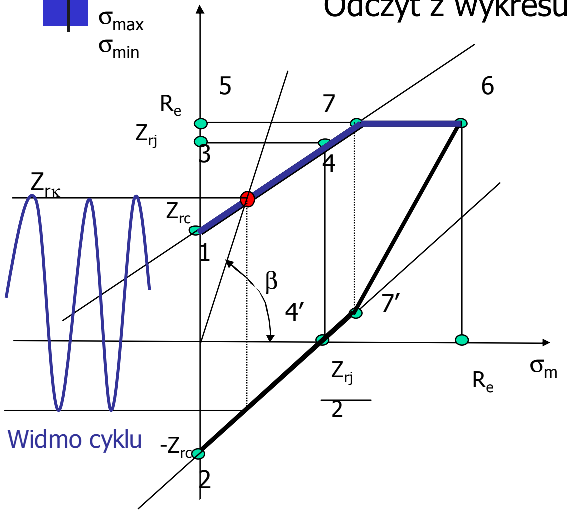
Wykres uproszczony



Wykres zawsze łączy punkty 1, 7, 6, 7′, 2

Wykresy zmęczeniowe – wykres Smitha

Odczyt z wykresu



$$tg\beta = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m}$$

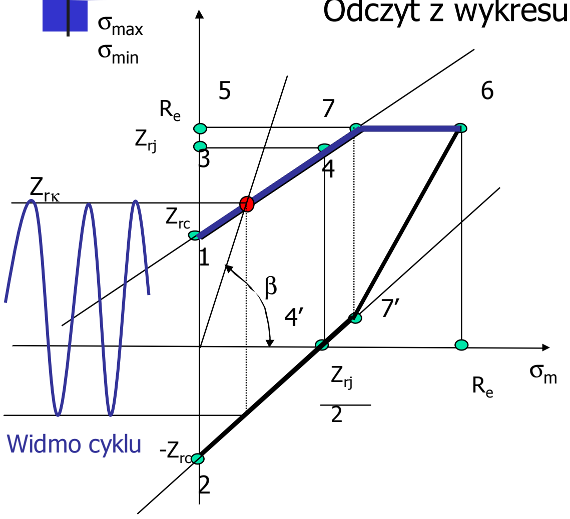
Współczynnik amplitudy cyklu

$$tg\beta = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{1}{2}\cdot(\sigma_{\max}+\sigma_{\min})}$$

$$tg\beta = \frac{2\cdot\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}}}{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}}+\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}} = \frac{2}{1+R}$$

Wykresy zmęczeniowe – wykres Smitha

Odczyt z wykresu



$$tg\beta = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_m}$$

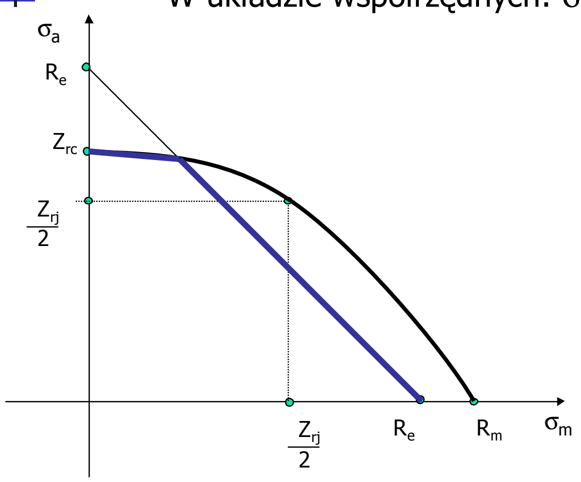
Współczynnik stałości obciążenia

$$tg\beta = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_m + \sigma_a}{\sigma_m}$$

$$tg\beta = 1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1 + \frac{1}{\kappa}$$

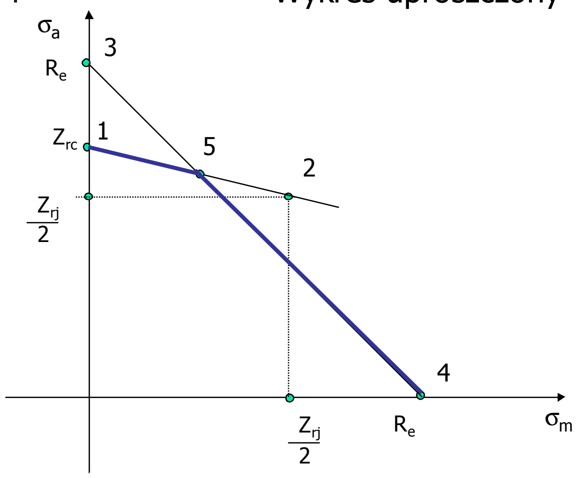
Wykresy zmęczeniowe – wykres Haigha

W układzie współrzędnych: σ_a (σ_m)



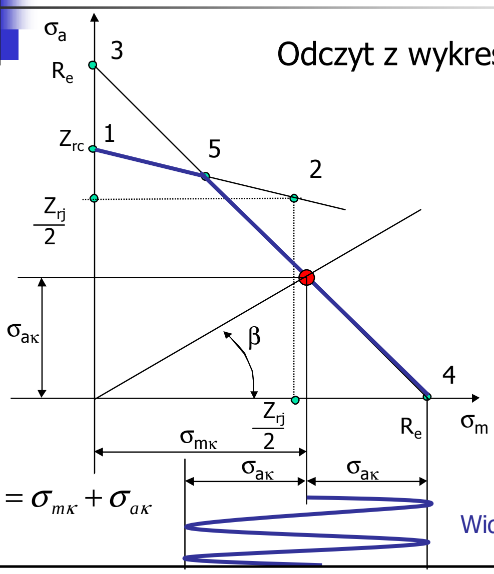
Wykresy zmęczeniowe – wykres Haigha

Wykres uproszczony



Wykresy zmęczeniowe – wykres Haigha

Odczyt z wykresu



$$Z_{r\kappa} = \sigma_{m\kappa} + \sigma_{a\kappa}$$

Widmo cyklu

$$tg\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

Współczynnik amplitudy cyklu

$$tg\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})}{\frac{1}{2}\cdot(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})}$$

$$tg\beta = \frac{1 - \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}}{1 + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}} = \frac{1-R}{1+R}$$

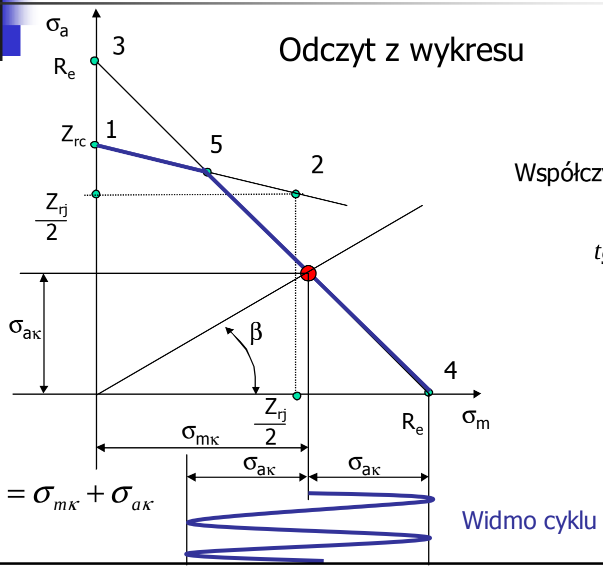
Wykresy zmęczeniowe – wykres Haigha

Odczyt z wykresu

$$tg\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

Współczynnik stałości obciążenia

$$tg\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1}{\kappa}$$



$$Z_{r\kappa} = \sigma_{m\kappa} + \sigma_{a\kappa}$$

Przykład 03.1

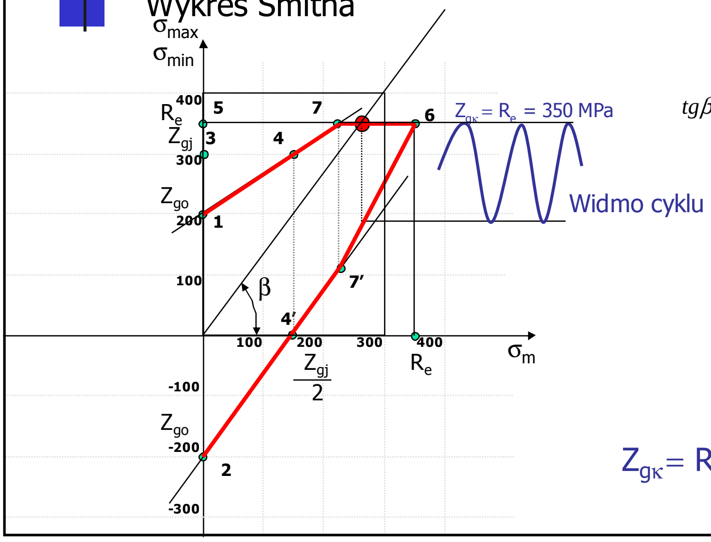
Określić granicę wytrzymałości dla cyklu zginania o współczynniku amplitudy cyklu R = 0,5. Właściwości materiału:

Z_{go} = 200 MPa
Z_{gj} = 300 MPa
R_e = 350 MPa

Przykład 03.1

Wykres Smitha

Zgo = 200 MPa
Zgj = 300 MPa
Re = 350 MPa



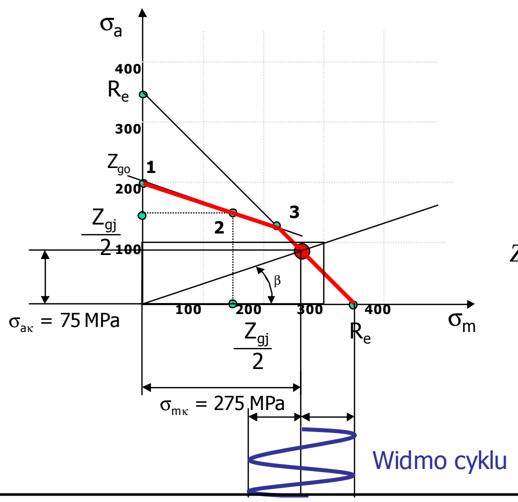
$$tg\beta=\frac{2}{1+R}=\frac{2}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{\frac{3}{2}}=\frac{4}{3}$$

$Z_{g\kappa}= R_e = 350$ MPa

Przykład 03.1

Wykres Haigha

Zgo = 200 MPa
Zgj = 300 MPa
Re = 350 MPa



$$tg\beta=\frac{1-R}{1+R}=\frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}$$

$$Z_{g\kappa}=\sigma_{m\kappa}+\sigma_{a\kappa}=275+75=350\text{ MPa}$$

$Z_{g\kappa}= R_e = 350$ MPa

Wytrzymałość zmęczeniowa

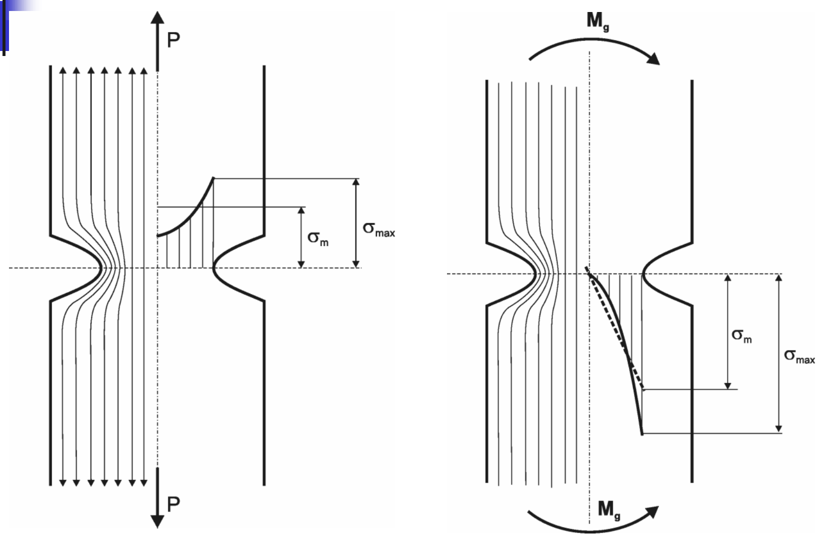
Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

1. **Materiał elementu**
2. **Zmienność obciążenia**
3. **Kształt przedmiotu**
4. **Stan powierzchni**
5. **Wielkość przedmiotu**
6. **Agresywne działanie środowiska**
7. **Temperatura pracy**

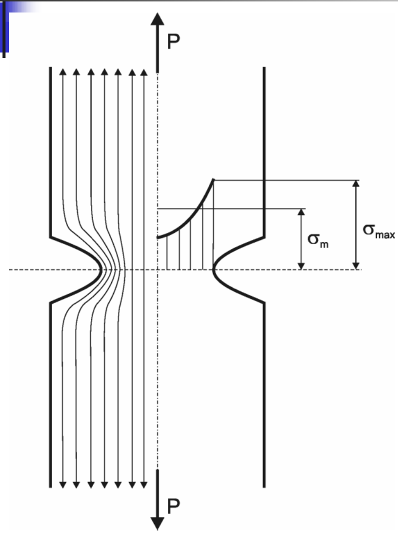
Karb

Karb – miejsce zmian poprzecznych przekrojów elementów lub zmian krzywizny powierzchni ograniczających przedmiot:
– odsadzenia
– rowki
– wycięcia
– gwinty
– otwory
– itp...

Karb



Karb – współczynnik kształtu

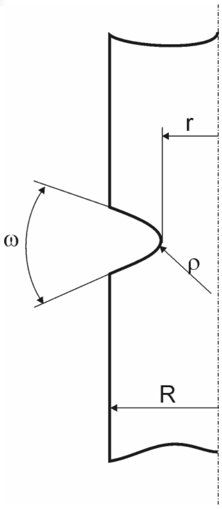


Karb powoduje lokalne spiętrzenie naprężeń

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m}$$

α_k – współczynnik kształtu

Karb – współczynnik kształtu



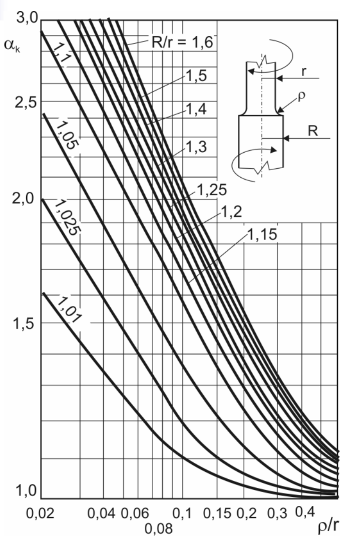
Współczynnik kształtu

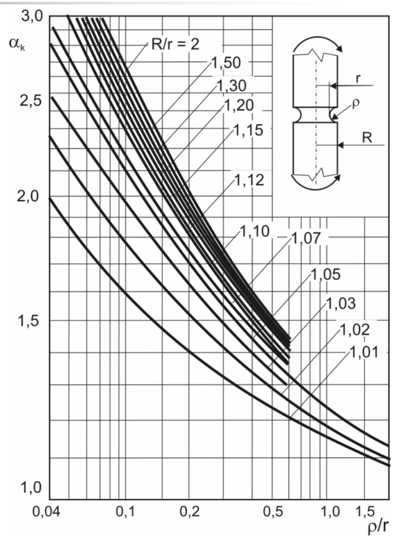
$$\alpha_k = f\left(\frac{R}{r}, \frac{\rho}{r}, \omega\right)$$

W przypadku karbów współdziałających (np. wałek z odsadzeniem i rowkiem) działania karbu się nakładają i wyraża się to we współczynniku jako:

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_{k(i)} - n + 1$$

Karb – współczynnik kształtu





Karb – współczynnik kształtu

W przypadku karbów współdziałających (np. wałek z odsadzeniem i rowkiem) działania karbu się nakładają i wyraża się to we współczynniku jako:

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_{k(i)} - n + 1$$

Karb – współczynnik działania karbu

Współczynnik kształty zakłada idealnie liniowy model sprężystości materiału.

Rzeczywiste materiały w różnym stopniu odbiegają od ciał idealnie sprężystych.

Współczynnik działania karbu β_k

Karb – współczynnik działania karbu

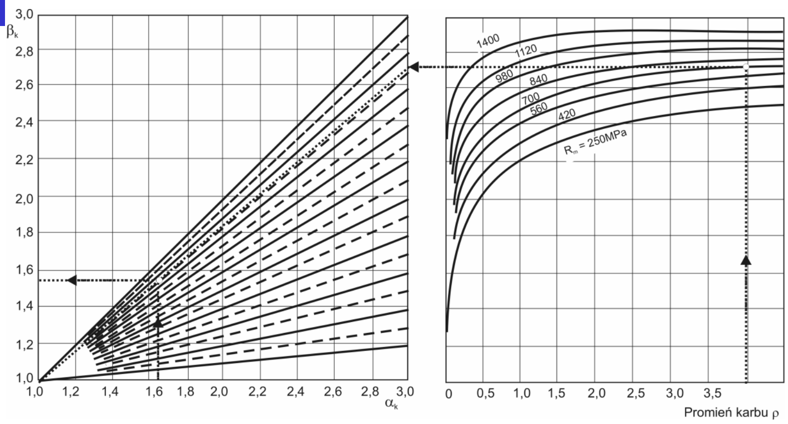
Opisany jest jako różnica wytrzymałości próbki gładkiej z identyczną próbką z karbem.

$$\beta_k = \frac{Z_{gł}}{Z_K}$$

$Z_{gł}$ – granica zmęczenia próbki gładkiej

Z_K – granica zmęczenia próbki z karbem

Karb – współczynnik działania karbu



$$\beta_k = f(\alpha_k, \rho, R_m)$$

Wytrzymałość zmęczeniowa

Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

1. **Materiał elementu**
2. **Zmienność obciążenia**
3. **Kształt przedmiotu**
4. **Stan powierzchni**
5. **Wielkość przedmiotu**
6. **Agresywne działanie środowiska**
7. **Temperatura pracy**

Współczynnik stanu powierzchni

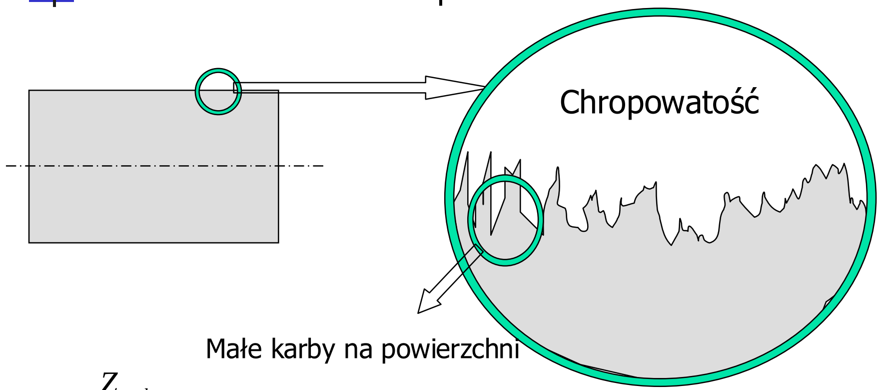
Każdy rodzaj obróbki powierzchni wpływa na wytrzymałość zmęczeniową elementu. Wynika to z:

Geometrii powierzchni

Nieciągłości parametrów wytrzymałościowych przekroju

Współczynnik stanu powierzchni

Geometria powierzchni



$$\beta_p = \frac{Z_{pol}}{Z_{obr}}$$

Z_{pol} – granica zmęczenia próbki polerowanej

Z_{obr} – granica zmęczenia próbki poddanej innej obróbce

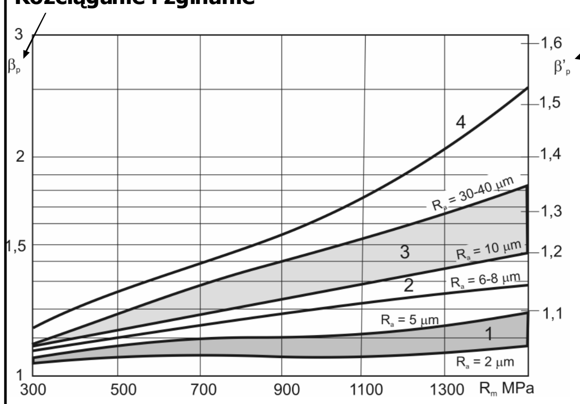
Współczynnik stanu powierzchni

Geometria powierzchni

$$\beta_p = f\left(R_m, rodzaj\, obróbki\right)$$

Rozciąganie i zginanie

Skręcanie i ścinanie



1 – szlifowanie
2 – toczenie, frezowanie dokładne
3 – toczenie, frezowanie zgrubne
4 – odlewanie, kucie …

Współczynnik stanu powierzchni

Nieciągłości parametrów wytrzymałościowych przekroju wynikająca z:

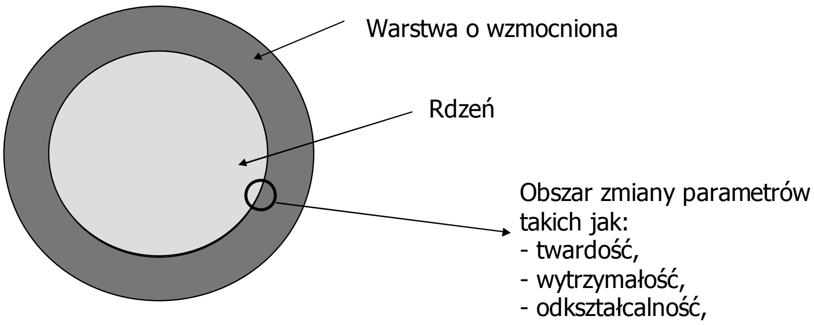
Utwardzania powierzchniowego (młotkowanie itp.)

Obróbki chemicznej powierzchniowej:
- nawęglanie,
- azotowanie …

Obróbki cieplnej powierzchniowej:
- hartowanie powierzchniowe,
- …

Współczynnik stanu powierzchni

Nieciągłości parametrów wytrzymałościowych przekroju



Współczynnik stanu powierzchni

Nieciągłości parametrów wytrzymałościowych przekroju

$$\beta_{pr} = \frac{Z_{jed}}{Z_{op}}$$

Z_{jed} – granica zmęczenia próbki o jednolitych własnościach przekroju

Z_{op} – granica zmęczenia próbki poddanej obróbce powierzchniowej

Wytrzymałość zmęczeniowa

Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

1. **Materiał elementu**
2. **Zmienność obciążenia**
3. **Kształt przedmiotu**
4. **Stan powierzchni**
5. **Wielkość przedmiotu**
6. **Agresywne działanie środowiska**
7. **Temperatura pracy**

Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

Współczynnik spiętrzenia naprężeń

Przy normalnej obróbce

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1$$

Przy obróbce powierzchniowej

$$\beta = \beta_k \cdot \beta_{pr}$$

Wytrzymałość zmęczeniowa

Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

1. **Materiał elementu**
2. **Zmienność obciążenia**
3. **Kształt przedmiotu**
4. **Stan powierzchni**
5. **Wielkość przedmiotu**
6. **Agresywne działanie środowiska**
7. **Temperatura pracy**

Współczynnik wielkości przedmiotu

Wytrzymałość zmęczeniowa zwykle zmniejsza się wraz ze wzrostem wymiarów elementu.

Brak jest jednoznacznych teoretycznych uzasadnień. Najczęściej wpływ wielkości przedmiotu opisuje się probabilistycznie tzn. Wraz z powiększaniem się objętości materiału wzrasta prawdopodobieństwo wystąpienia takich wad materiałowych, które są ogniskami zmęczeniowego pękania.

Współczynnik wielkości przedmiotu

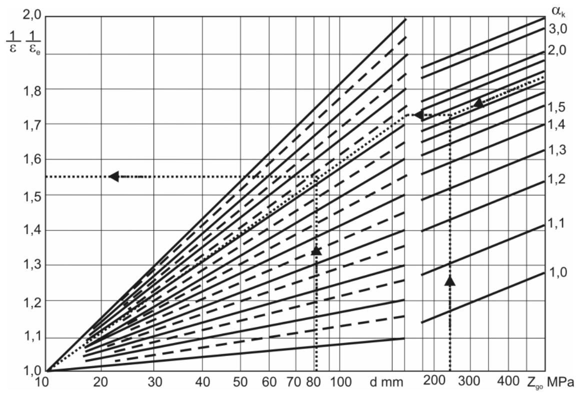
$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{Z_{wz}}{Z_d}$$

Z_{wz} – granica zmęczenia próbki wzorcowej (średnica 7 mm)

Z_d – granica zmęczenia próbki o danej wielkości

Współczynnik wielkości przedmiotu

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = f\left(\alpha_k, Z_{go}, A\right)$$



Wytrzymałość zmęczeniowa

Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową elementu:

1. **Materiał elementu**
2. **Zmienność obciążenia**
3. **Kształt przedmiotu**
4. **Stan powierzchni**
5. **Wielkość przedmiotu**
6. **Agresywne działanie środowiska**
7. **Temperatura pracy**

Współczynniki warunków pracy

Obejmują one wpływ:

Wilgoci

Substancji korozyjnych

Temperatury

Światła

$$\beta_{kor} = \frac{Z_{wn}}{Z_{kor}}$$

Z_{wn} – granica zmęczenia próbki w warunkach normalnych

Z_{kor} – granica zmęczenia próbki w badanych warunkach

$$\beta = \beta_{nor} \cdot \beta_{kor}$$

Bezpieczeństwo

Wszystkie wcześniej przedstawione elementy pozwalają na określenie rzeczywistej granicy zmęczenia dla danego elementu.

$$Z = \frac{Z_{\kappa}}{\beta \cdot \gamma}$$

Pojawia się jednak niepewność

Bezpieczeństwo

Niepewność

1. Zmienność parametrów materiału wynikająca z:
   - niepowtarzalności procesu wytwarzania,
   - różnic miedzy dostawcami,
   - nierównomiernego rozłożenia składników w materiale,
   - starzenie się materiału,
   - …

Bezpieczeństwo

Niepewność

2. Zmienność parametrów obciążenia:
   - niepełna wiedza o działaniu mechanizmu,
   - możliwe chwilowe przeciążenia,
   - błędna obsługa,
   - zmienne warunki eksploatacji
   - …

Bezpieczeństwo

Niepewność

3. Niedokładność wykonania:
   - rozrzut statystyczny wymiarów,
   - tępienie się narzędzi w czasie pracy,
   - błędna obsługa maszyn,
   - błędy technologiczne,
   - …

Bezpieczeństwo

Zapobieganie niepewności:

Dbanie o szczegóły:
- Dokładna kontrola jakości,
- Pilnowanie technologii,
- Testy i dokładniejsze ustalenie obciążeń,
- Wzrost dokładności wykonania,
- …

Zapewnienie zapasu bezpieczeństwa

Współczynnik bezpieczeństwa

Obniża się naprężenia dopuszczalne o krotność współczynnika bezpieczeństwa δ

Wartości δ:

1,3 – 1,5 : znany rozkład naprężeń, wysoka technologia wykonania i przy stosowaniu dobrych metod defektoskopowych

1,5 – 1,7 : zwykła dokładność obliczeń, dobra technologia wykonania i czynności kontrolne

1,7 – 2,0 : elementy o większych wymiarach, średnia dokładność obliczeń i wykonania

2,0 – 2,5 : przy orientacyjnym określeniu obciążeń i naprężeń, dla nieznanych dokładnie warunków pracy

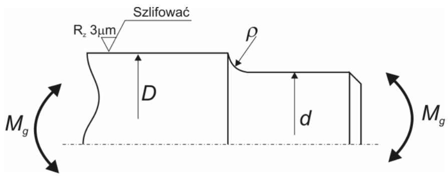
Naprężenie dopuszczalne

Uwzględnienie wszystkich czynników prowadzi do wartości **naprężeń dopuszczalnych *k*** będących **maksymalnymi naprężeniami** jakie mogą wystąpić w projektowanym elemencie maszyny

$$k = \frac{Z_\kappa}{\beta \cdot \gamma \cdot \delta}$$

Przykład 03.2

Określić naprężenia dopuszczalne dla elementu przy cyklu zginania o współczynniku amplitudy cyklu R = 0,5.
Właściwości materiału:
Z_{go} = 200 MPa, Z_{gj} = 300 MPa, R_e = 350 MPa,
R_m = 420 MPa



Wymiary:
D = 30 mm
d = 24 mm
ρ = 2 mm

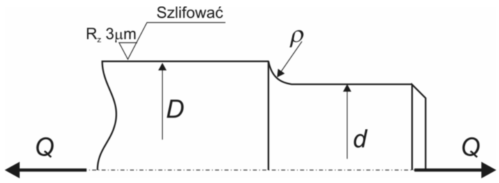
Przykład 03.2

1. Określenie granicy zmęczenia dla danego materiału przy danym cyklu obciążeń

Z przykładu 03.1 **Z_{gk} = 350 MPa**

Przykład 03.2

2. Współczynnik kształtu α_k



$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = \frac{30}{24} = 1{,}25$$

Wymiary:
D = 30 mm
d = 24 mm
ρ = 2 mm

$$\frac{\rho}{r} = \frac{2\cdot\rho}{d} = \frac{2\cdot 2}{24} = 0{,}167$$

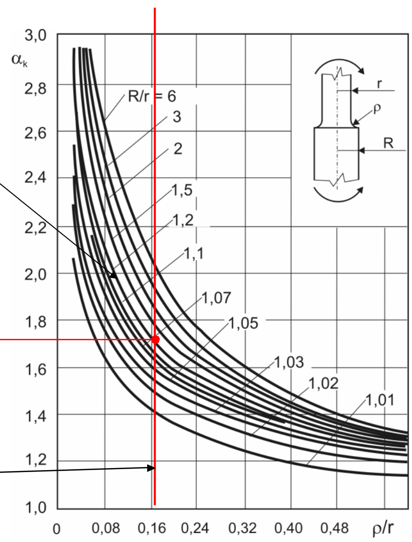
Przykład 03.2

2. Współczynnik kształtu α_k

$$\frac{R}{r} = 1{,}25$$

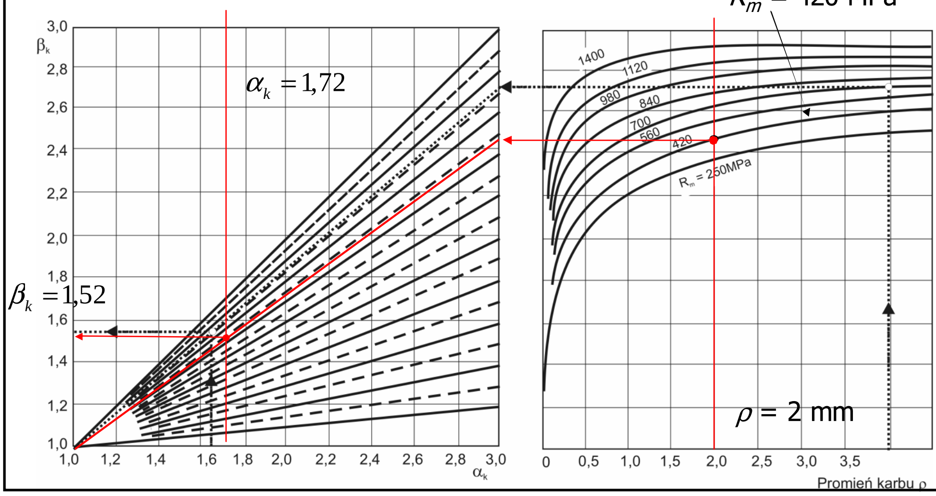
$$\alpha_k = 1{,}72$$

$$\frac{\rho}{r} = 0{,}167$$



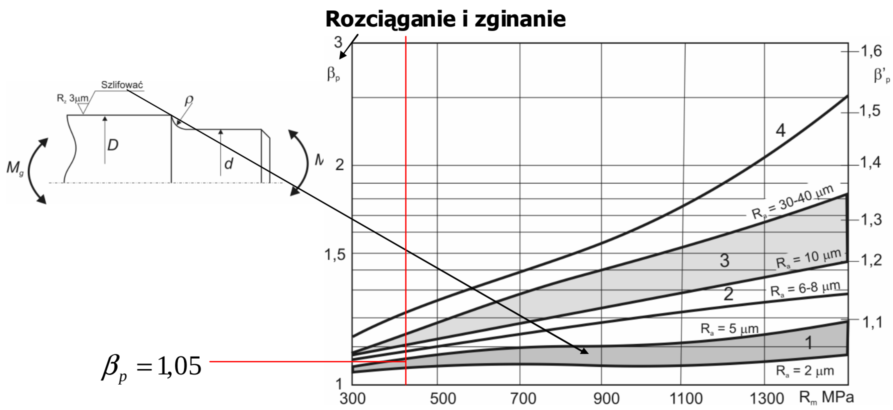
Przykład 03.2

3. Współczynnik działania karbu β_k



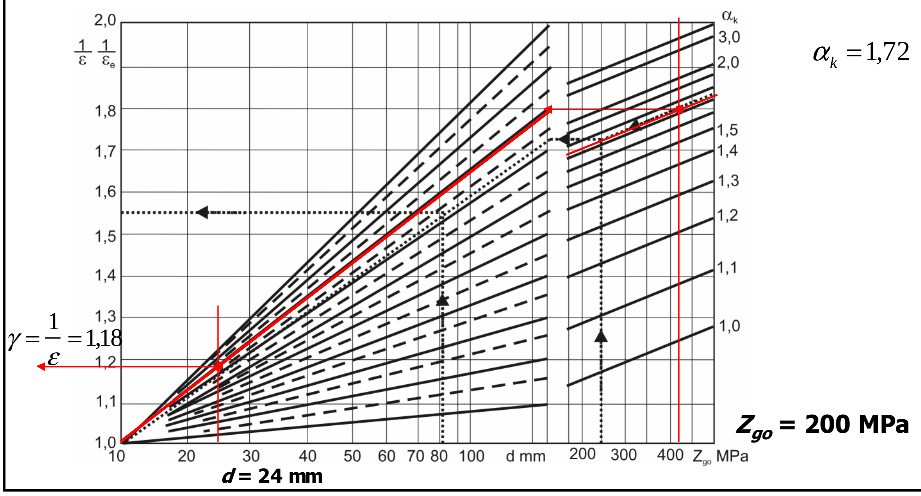
Przykład 03.2

4. Współczynnik stanu powierzchni β_p



Przykład 03.2

4. Współczynnik wielkości przedmiotu γ



Przykład 03.2

5. Współczynnik spiętrzenia naprężeń β

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 = 1{,}52 - 1{,}05 - 1 = 1{,}57$$

6. Współczynnik bezpieczeństwa δ

Przyjmijmy średnią dokładność obliczeń i wykonania

$$\delta = 1{,}5$$

7. Naprężenia dopuszczalne $k_{g\kappa}$

$$k_{g\kappa} = \frac{Z_{g\kappa}}{\beta \cdot \gamma \cdot \delta} = \frac{350}{1{,}57 \cdot 1{,}18 \cdot 1{,}5} = \boxed{125{,}9 \text{ MPa}}$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

Podejście odwrotne – znamy konstrukcję i jej obciążenia a chcemy sprawdzić, czy ma wystarczający zapas bezpieczeństwa

Zatem nadwyżka granicy zmęczenia dla danej konstrukcji nad rzeczywistymi naprężeniami stanowi – **rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa**

$$\delta_{rz} = \frac{Z_{\kappa}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_{\max}}$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa

Określanie rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa

Metoda bezpośrednia

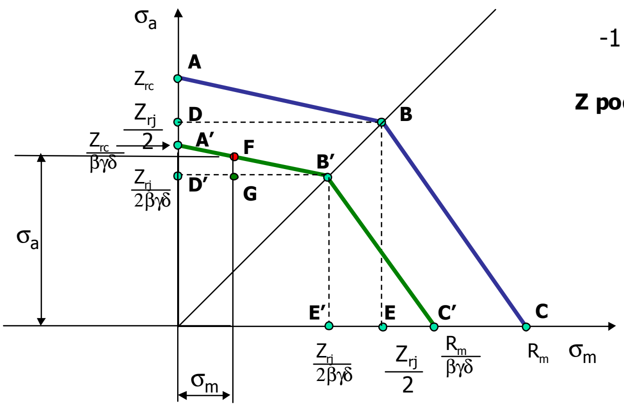
$$\delta_{rz} = \frac{Z_{\kappa}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_{\max}}$$

Metoda uproszczona
- Metoda Serensena

Nie wymaga ona znajomości granicy zmęczenia dla danego materiału

Metoda Serensena

Oparta jest na uproszczonym wykresie Haigha



Dla cykli dwustronnych

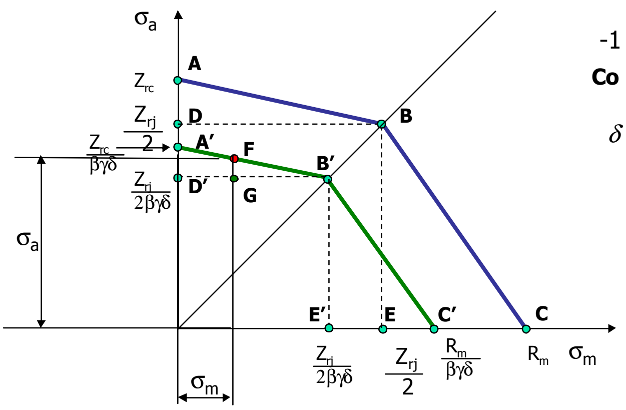
$-1 < R < 0 \qquad 0 < \kappa < 1$

Z podobieństwa trójkątów ABE i FB'G

$$\frac{FG}{GB'} = \frac{AD}{DB}$$

$$\frac{\sigma_a - \dfrac{Z_{rj}}{2\cdot\beta\cdot\gamma\cdot\delta}}{\dfrac{Z_{rj}}{2\cdot\beta\cdot\gamma\cdot\delta} - \sigma_m} = \frac{Z_{rc} - \dfrac{Z_{rj}}{2}}{\dfrac{Z_{rj}}{2}}$$

Metoda Serensena



Dla cykli dwustronnych

$-1 < R < 0 \qquad 0 < \kappa < 1$

Co po przekształceniach daje:

$$\delta = \frac{Z_{rc}}{\beta\cdot\gamma\cdot\sigma_a + \dfrac{2\cdot Z_{rc} - Z_{rj}}{Z_{rj}}\cdot\sigma_m}$$

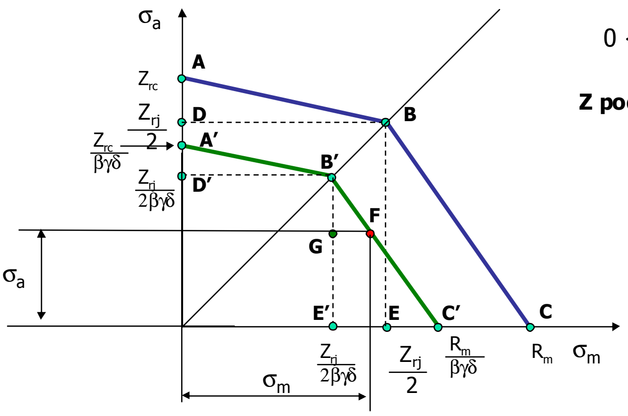
Przyjmując:

$$\psi = \frac{2\cdot Z_{rc} - Z_{rj}}{Z_{rj}}$$

Otrzymujemy:

$$\delta = \frac{Z_{rc}}{\beta\cdot\gamma\cdot\sigma_a + \psi\cdot\sigma_m}$$

Metoda Serensena



Dla cykli jednostronnych

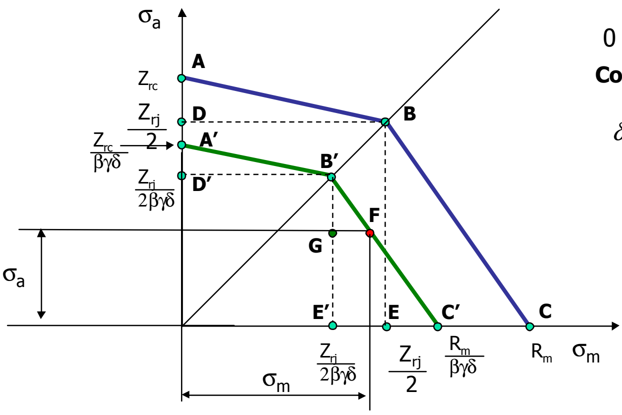
$0 < R < +1 \qquad 1 < \kappa < +\infty$

Z podobieństwa trójkątów BEC i B'GF

$$\frac{BE}{EC} = \frac{B'G}{GF}$$

$$\frac{\dfrac{Z_{rj}}{2}}{R_m - \dfrac{Z_{rj}}{2}} = \frac{\dfrac{Z_{rj}}{2 \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta} - \sigma_a}{\sigma_m - \dfrac{Z_{rj}}{2 \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta}}$$

Metoda Serensena



Dla cykli jednostronnych

$0 < R < +1 \qquad 1 < \kappa < +\infty$

Co po przekształceniach daje:

$$\delta = \frac{R_m}{\beta \cdot \gamma \cdot \dfrac{2 \cdot R_m - Z_{rj}}{Z_{rj}} \cdot \sigma_a + \sigma_m}$$

Przyjmując:

$$\xi = \frac{2 \cdot R_m - Z_{rj}}{Z_{rj}}$$

Otrzymujemy:

$$\delta = \frac{R_m}{\beta \cdot \gamma \cdot \xi \cdot \sigma_a + \sigma_m}$$

Metoda Serensena

Dla cykli dwustronnych

-1 < *R* < 0 0 < κ < 1

$$\delta = \frac{Z_{rc}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_a + \psi \cdot \sigma_m}$$

$$\psi = \frac{2 \cdot Z_{rc} - Z_{rj}}{Z_{rj}}$$

$$\delta = \frac{Z_{go}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_a + \psi \cdot \sigma_m}$$

$$\psi = \frac{2 \cdot Z_{go} - Z_{gj}}{Z_{gj}}$$

Dla cykli jednostronnych

0 < *R* < +1 1 < κ < +∞

$$\delta = \frac{R_m}{\beta \cdot \gamma \cdot \xi \cdot \sigma_a + \sigma_m}$$

$$\xi = \frac{2 \cdot R_m - Z_{rj}}{Z_{rj}}$$

$$\delta = \frac{R_m}{\beta \cdot \gamma \cdot \xi \cdot \sigma_a + \sigma_m}$$

$$\xi = \frac{2 \cdot R_m - Z_{sj}}{Z_{sj}}$$

Złożony stan naprężeń

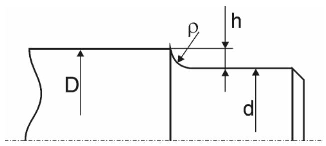
W przypadku złożonego stanu naprężeń rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa oblicza się z zasady superpozycji

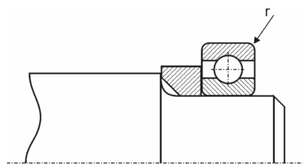
$$\delta = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{\sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}}$$

Zalecenia konstrukcyjne

Aby uniknąć nadmiernego osłabienia wytrzymałości elementu w wyniku karbu należy:

Zmiany kształty prowadzić możliwe łagodnie





$$\frac{D}{d} \le 1{,}2$$

Zalecenia konstrukcyjne

Aby uniknąć nadmiernego osłabienia wytrzymałości elementu w wyniku karbu należy:

Jeżeli nie można uniknąć nagłych zmian kształtu to należy wprowadzać karby konstrukcyjne