



Podstawy Konstrukcji Maszyn

Wykład 2

Podstawy obliczeń elementów maszyn

Dr inż. Jacek Czarnigowski



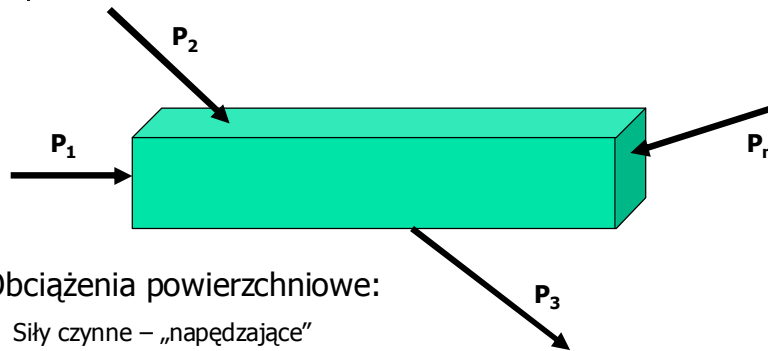
Obciążenia elementu

Obciążeniem elementu (części lub całej maszyny) są oddziaływania innych elementów, środowiska oraz obciążeń wewnętrznych

Obciążenia powierzchniowe

Obciążenia objętościowe

Obciążenia elementu

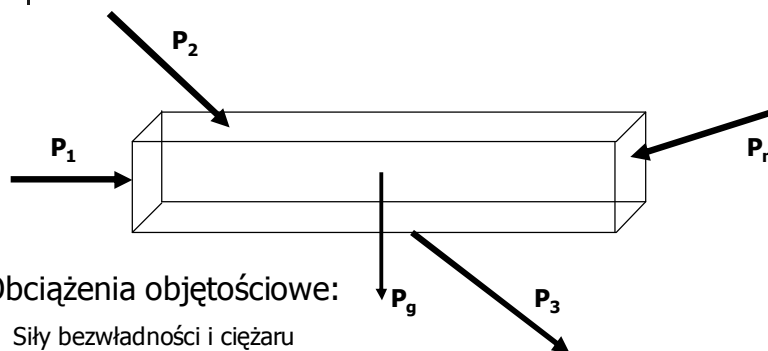


Obciążenia powierzchniowe:

Siły czynne – „napędzające”

Siły bierne – „hamujące”

Obciążenia elementu



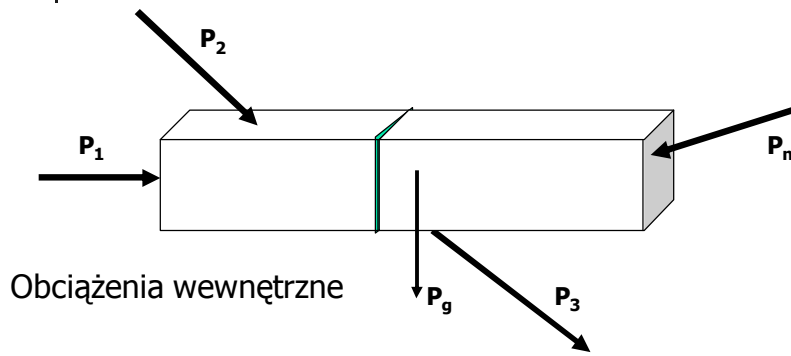
Obciążenia objętościowe:

Siły bezwładności i ciężaru

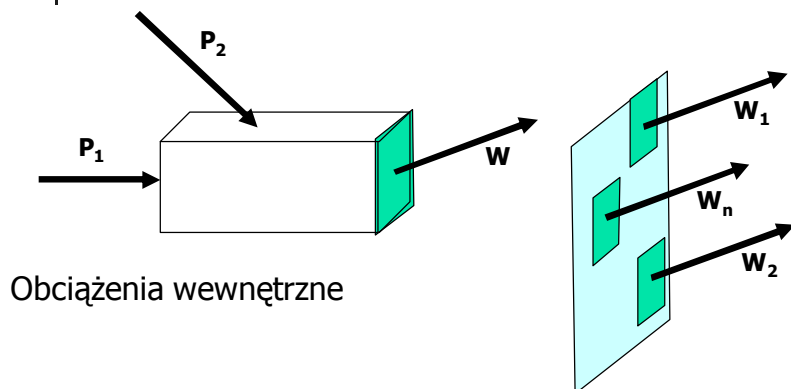
Obciążenia wewnętrzne – zmiana stanu wewnętrznego materiału

Oddziaływanie środowiska – ciśnienie itp.

Obciążenia elementu



Obciążenia elementu



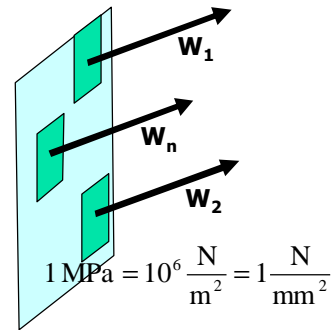
Obciążenia elementu

Naprężenia

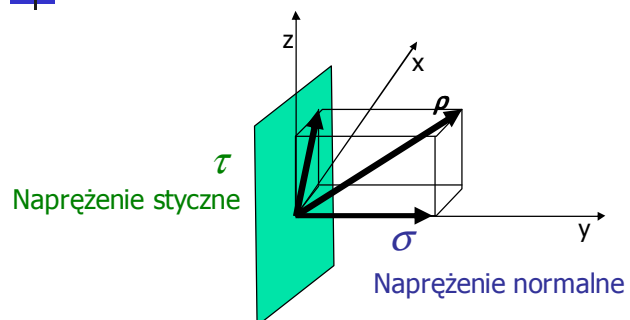
$$\rho_{sri} = \frac{W_i}{A_i}$$

$$\rho = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{W}{A}$$

$$\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$



Naprężenia



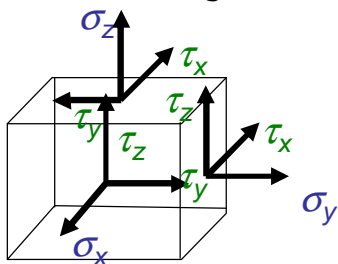
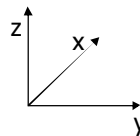
Naprężenia

Naprężenie styczne

6

Naprężenie normalne

3

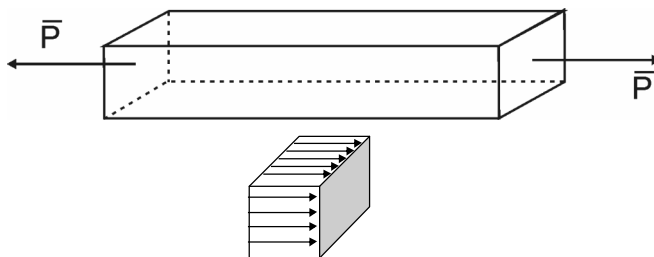


Klasyfikacja obciążeń

Rozciąganie lub ściskanie

$$\sigma_r = \frac{P}{A}$$

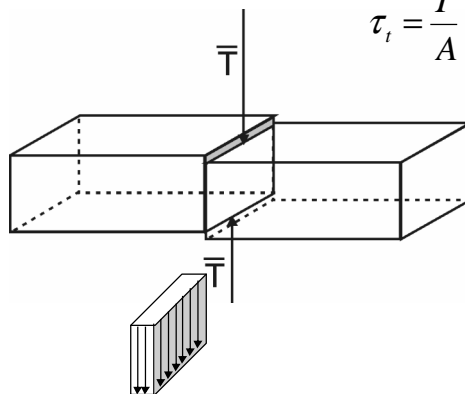
$$\sigma_c = \frac{P}{A}$$



Klasyfikacja obciążeń

Ścinanie

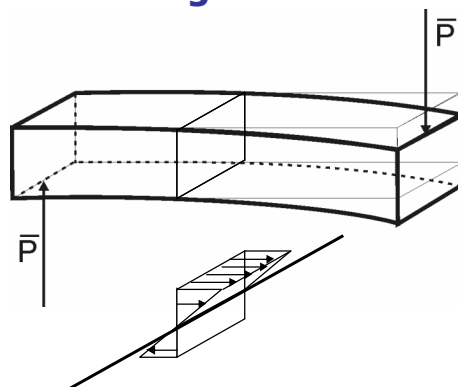
$$\tau_t = \frac{T}{A}$$



Klasyfikacja obciążeń

Zginanie

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{P \cdot l}{W_x}$$

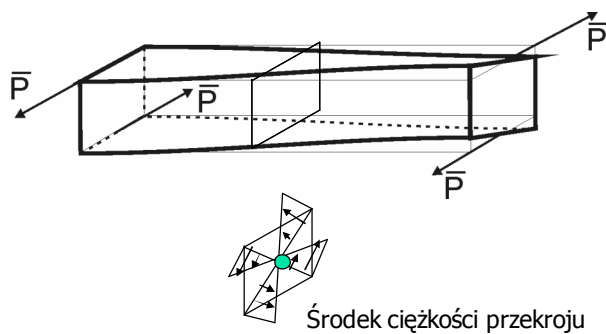


Oś obojętna przedmiotu

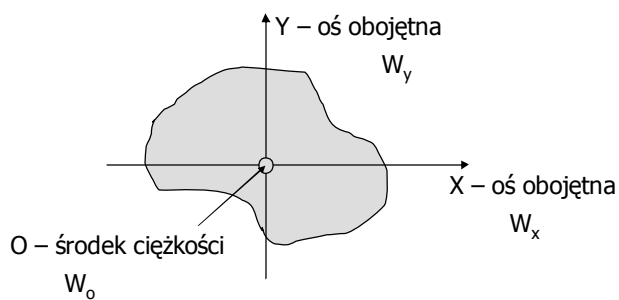
Klasyfikacja obciążeń

Skrećanie

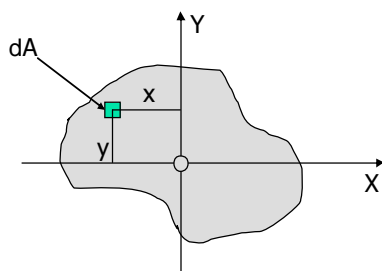
$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{P \cdot r}{W_o}$$



Wskaźniki bezwładności przekroju



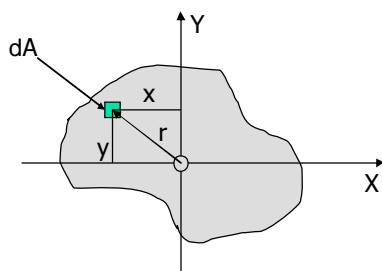
Wskaźniki bezwładności przekroju



Moment bezwładności przekroju względem osi obojętnej

$$J_x = \int_A y^2 dA \qquad J_y = \int_A x^2 dA$$

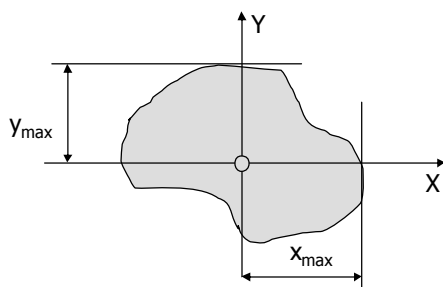
Wskaźniki bezwładności przekroju



Moment bezwładności przekroju względem środka ciężkości

$$J_o = \int_A r^2 dA = J_x + J_y$$

Wskaźniki bezwładności przekroju

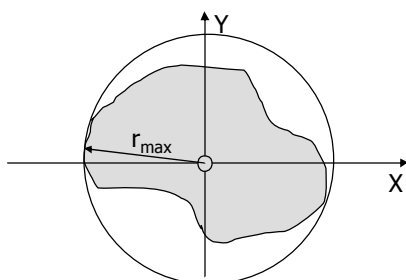


Wskaźnik bezwładności przekroju względem osi obojętnej

$$W_x = \frac{J_x}{x_{\max}}$$

$$W_y = \frac{J_y}{y_{\max}}$$

Wskaźniki bezwładności przekroju

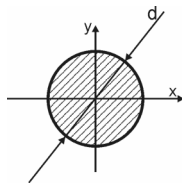


Wskaźnik bezwładności przekroju względem środka ciężkości

$$W_o = \frac{J_o}{r_{\max}}$$

Wskaźniki bezwładności przekroju

Typowe przekroje



$$J_x = J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

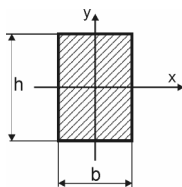
$$J_o = J_x + J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$W_x = W_y = \frac{J_x}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$W_o = \frac{J_o}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Wskaźniki bezwładności przekroju

Typowe przekroje



$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$J_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$$

$$J_o = J_x + J_y = \frac{b \cdot h \cdot (h^2 + b^2)}{12}$$

$$W_x = \frac{J_x}{\frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

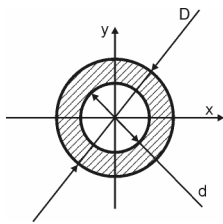
$$W_y = \frac{J_y}{\frac{b}{2}} = \frac{h \cdot b^2}{6}$$

$$W_o = \frac{J_o}{\sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{h^2}{4}}} = \frac{b \cdot h}{6} \cdot \sqrt{b^2 + h^2}$$

Wskaźniki bezwładności przekroju

Typowe przekroje

$$J = J_{\text{Zewnetrzny obrys}} - J_{\text{Wewnetrznyobrys}}$$



$$J_x = J_y = \frac{\pi \cdot D^4}{64} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64}$$

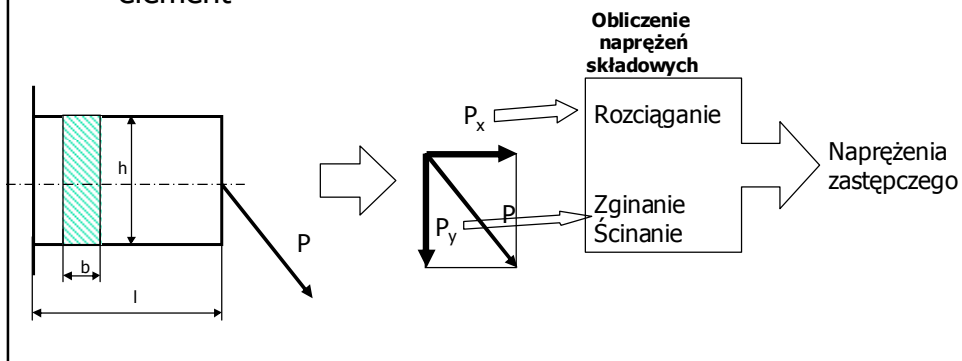
$$J_o = \frac{\pi \cdot D^4}{32} - \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}$$

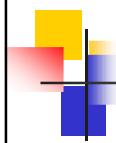
$$W_x = W_y = \frac{J_x}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$$

$$W_o = \frac{J_o}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

Złożony stan naprężeń

Zasada superpozycji – obciążenia można traktować jako oddzielne, a łączyć wyniki ich oddziaływania na element





Złożony stan naprężeń

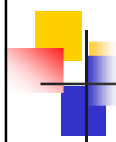
Składanie naprężeń

Tego samego typu (styczne lub normalne)

Składanie geometryczne wektorów

Różnych typów (styczne i normalne)

Hipoteza Hubera



Złożony stan naprężeń

Składanie naprężeń – Hipoteza Hubera

Hipoteza Hubera (polski uczyony z XIX wieku) – hipoteza energii odkształcenia postaciowego oparta na założeniu, że naprężenia styczne inaczej oddziałują na element niż naprężenia normalne. Przy czym możliwe jest obliczenie naprężenia zastępczego o identycznej energii odkształcenia „ziarna” elementu jak wspólne działanie naprężeń stycznych i normalnych.

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_w^2 + 3 \cdot \tau_w^2}$$

Złożony stan naprężeń

Składanie naprężeń – Hipoteza Hubera

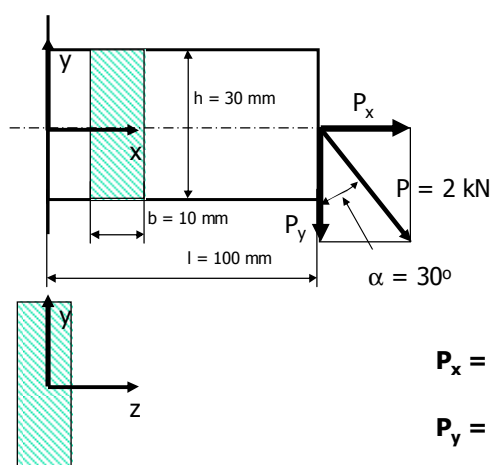
$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_w^2 + 3 \cdot \tau_w^2} \quad \text{gdy} \quad \sigma_w > \frac{1}{2} \tau_w$$

$$\tau_z = \sqrt{\frac{1}{3} \sigma_w^2 + \tau_w^2} \quad \text{gdy} \quad \tau_w > 2 \cdot \sigma_w$$

Gdzie: σ_w - Wypadkowe naprężenie normalne

τ_w - Wypadkowe naprężenie styczne

Przykład 02.1

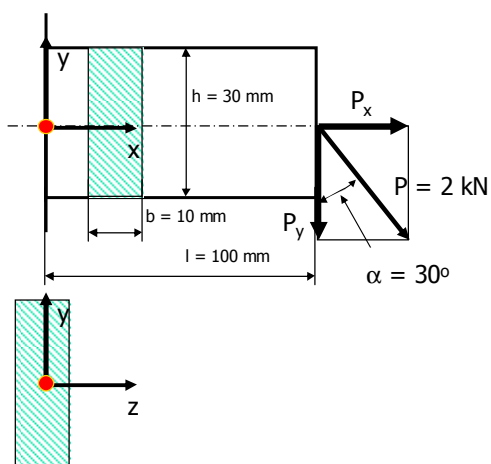


Obliczyć naprężenia maksymalne przekroju przy mocowaniu elementu

$$P_x = P \sin \alpha = 2000 \sin 30^\circ = 1000 \text{ N}$$

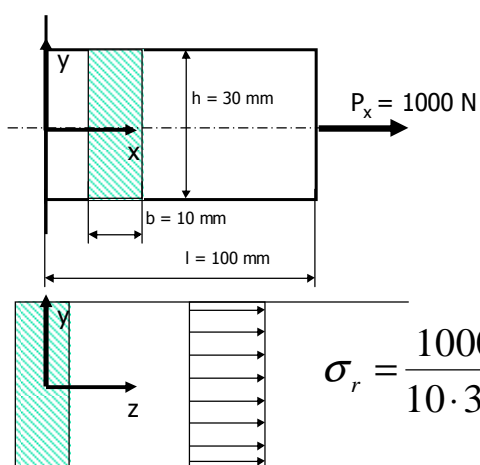
$$P_y = P \cos \alpha = 2000 \cos 30^\circ = 1732 \text{ N}$$

Przykład 02.1



Obciążenia należy zredukować do środka ciężkości rozpatrywanego przekroju zastępując je odpowiednimi siłami i momentami

Przykład 02.1

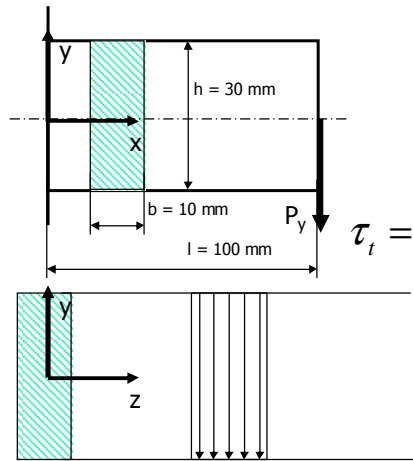


Rozciąganie

$$\sigma_r = \frac{P_x}{A} = \frac{P_x}{b \cdot h}$$

$$\sigma_r = \frac{1000}{10 \cdot 30} = 3,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 3,33 \text{ MPa}$$

Przykład 02.1

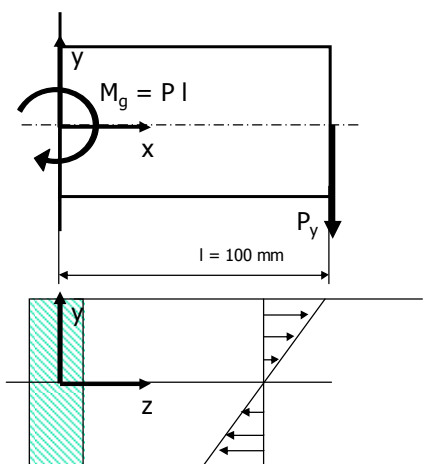


Ścinanie

$$\tau_t = \frac{P_y}{A} = \frac{P_y}{b \cdot h}$$

$$\tau_t = \frac{1732}{10 \cdot 30} = 5,77 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 5,77 \text{ MPa}$$

Przykład 02.1



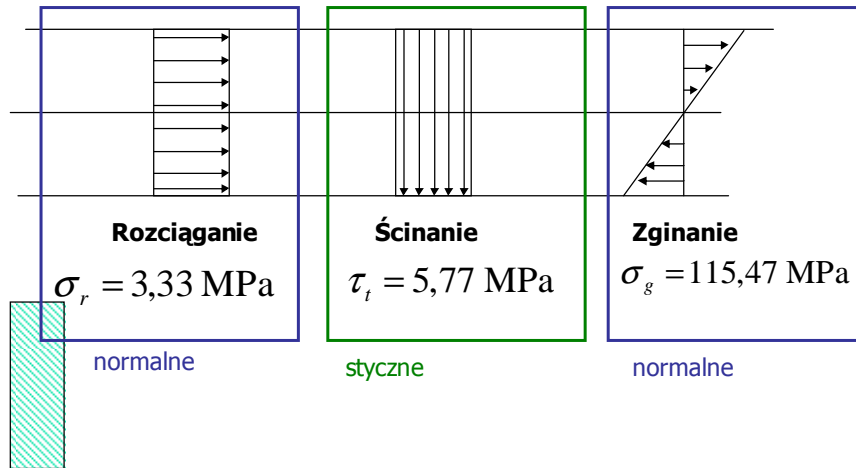
Zginanie

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_z} = \frac{P_y \cdot l}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{6 \cdot P_y \cdot l}{b \cdot h^2}$$

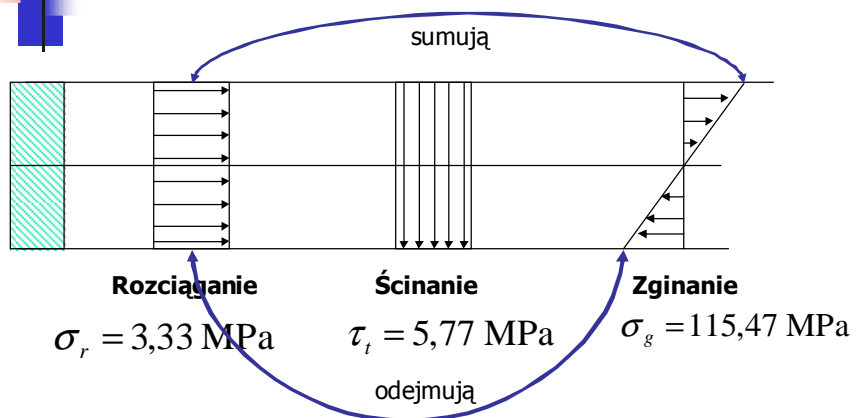
$$\sigma_g = \frac{6 \cdot 1732 \cdot 100}{10 \cdot 30^2} = 115,47 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}^3}$$

$$= 115,47 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 115,47 \text{ MPa}$$

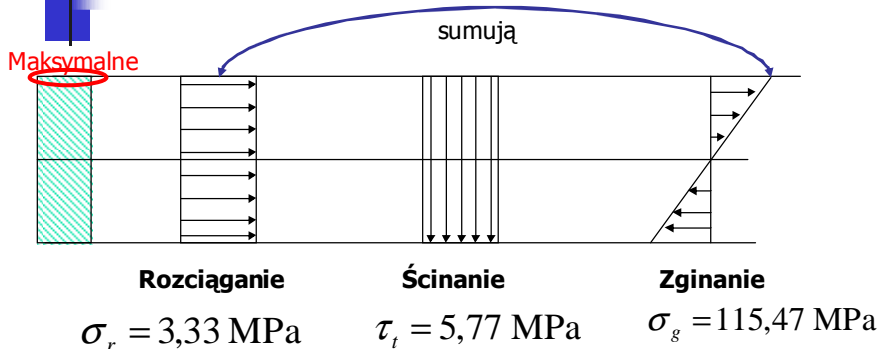
Przykład 02.1



Przykład 02.1



Przykład 02.1

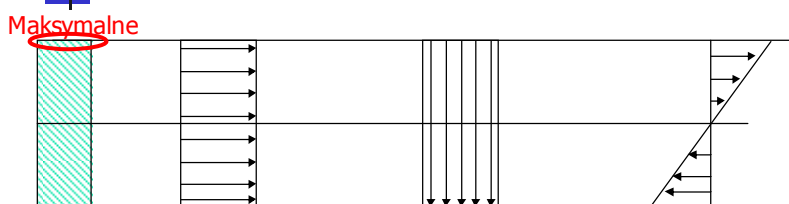


Napężenia zastępcze – zgodnie z hipotezą Hubera

$$\sigma_w = \sigma_r + \sigma_g = 3,33 + 115,47 = 118,8 \text{ MPa}$$

$$\tau_w = \tau_t = 5,77 \text{ MPa}$$

Przykład 02.1



Napężenia zastępcze – zgodnie z hipotezą Hubera

$$\sigma_w = \sigma_r + \sigma_g = 3,33 + 115,47 = 118,8 \text{ MPa}$$

$$\tau_w = \tau_t = 5,77 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_w^2 + 3 \cdot \tau_w^2} = \sqrt{118,8^2 + 3 \cdot 5,77^2} = 119,22 \text{ MPa}$$



Napężenia dopuszczalne

Warunek wytrzymałościowy

$$\sigma \leq k = \frac{Z}{x} \qquad \tau \leq k = \frac{Z}{x}$$

k – napężenie dopuszczalne [MPa]

Z – granica wytrzymałości [MPa]

x – współczynnik bezpieczeństwa



Napężenia dopuszczalne

Napężenia dopuszczalne są określone oddzielnie dla:

- każdego materiału,
- każdego typu obciążenia,
- 3 typów zmienności obciążenia.

Rozciąganie: k_t

Ściskanie: k_c

Zginanie: k_g

Skręcanie: k_s

Ścinanie: k_t

Zmienność obciążeń

Klasyfikacja obciążeń:

Obciążenia stałe

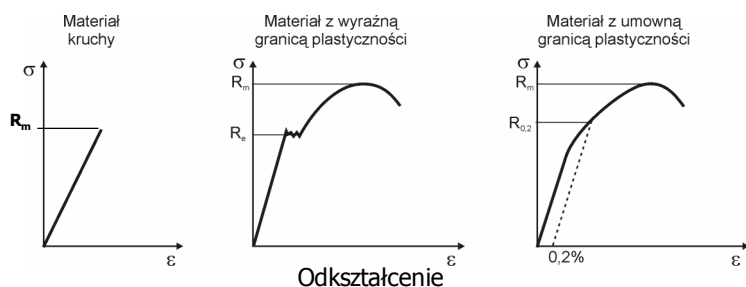
Wartość, kierunek i zwrot nie ulegają zmianie w czasie

Obciążenia zmienne

Wartość, kierunek lub zwrot (jedna lub wiele z powyższych) ulega zmianie w czasie

Naprężenia dopuszczalne przy obciążeniu stałym

Do określania naprężenia dopuszczalnego przy naprężeniach stałych przyjmują się jako granicę wytrzymałości wartość **granicy plastyczności** R_e $R_{0,2}$ lub **doraźnej wytrzymałości** R_m (dla materiałów kruchych).





Naprężenia dopuszczalne przy obciążeniu stałym

Dla materiałów kruchych (np. żeliwo)

$$k = \frac{R_m}{x_m} \quad x_m = 3,5$$

Dla materiałów z wyraźną granicą plastyczności (np. stal)

$$k = \frac{R_e}{x_e} \quad x_e = 2 + 2,3$$

Dla materiałów z umowną granicą plastyczności

$$k = \frac{R_{0,2}}{x_e} \quad x_e = 2 + 2,3$$