

1. (4 pkt) Oblicz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+5} \right)^{6n+1}, \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{13-x}}.$$

2. (4 pkt) Wyznacz ekstrema i przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = \frac{x^3}{3-x^2}$ .

3. (4 pkt) Wyznacz przedziały wypukłości funkcji  $f(x) = (2x+6) \ln x$ .

4. (7 pkt) Oblicz całki

$$\int (x^2 - 2x) \cos(2x) dx, \quad \int \frac{12x+3}{x^2 - 4x + 20} dx.$$

5. (3 pkt) Oblicz pole zbioru ograniczonego krzywymi  $y = -2x^2 - 4x + 10$  i  $y = x^2 + 2x + 1$ .

6. (4 pkt) Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu krzywej  $y = \sqrt{\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}}$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  wokół osi  $OX$ .

7. (4 pkt) Oblicz  $(\frac{\sqrt{3}-i}{1-i})^{24}$ .

1. (4 pkt) Oblicz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+2}{3n+5} \right)^{6n-2}, \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{3x-8} - \sqrt{8-x}}.$$

2. (4 pkt) Wyznacz ekstrema i przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = \frac{x^4}{2-x^2}$ .

3. (4 pkt) Wyznacz przedziały wypukłości funkcji  $f(x) = (3x+6) \ln x$ .

4. (7 pkt) Oblicz całki

$$\int (x^2 + 4x) \sin(2x) dx, \quad \int \frac{8x-5}{x^2 + 6x + 25} dx.$$

5. (3 pkt) Oblicz pole zbioru ograniczonego krzywymi  $y = 2x^2 + 3x - 5$  i  $y = -x^2 + 6x + 1$ .

6. (4 pkt) Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu krzywej  $y = \sqrt{\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}}$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  wokół osi  $OX$ .

7. (4 pkt) Oblicz  $(\frac{2-2i}{1-i\sqrt{3}})^{18}$ .