

Całki wielokrotne i krzywoliniowe - powtórzenie wiadomości

Zadanie 1. Korzystając z poznanych metod rozwiązać poniższe całki:

(a) $\iint_D (2x + 3y) dx dy$, gdzie D - prostokąt $[0, 3] \times [0, 2]$

(b) $\iint_D (2x + 7y) dx dy$, gdzie D - zbiór ograniczony przez proste $y = x$, $y = -3x - 4$, $x = 1$

(c) $\iint_D (2 + 3y - 5x) dx dy$, gdzie $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0, y \leq 0\}$

(d) $\iiint_D e^{3x+4y+z} dx dy dz$, gdzie D obszar ograniczony płaszczyznami $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$,
 $3x + 4y + z = 12$

(e) $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, gdzie $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$

(f) $\int_K 2y \cos x dl$, gdzie $K = \{y = \sin x, x \in [0, \frac{\pi}{4}]\}$

(g) $\int_K \frac{xz}{1+2y} dl$, gdzie $K : \begin{cases} x = t \\ y = t^2 \\ z = \frac{2}{3}t^3 \end{cases}, t \in [0, 1]$

(h) $\int_K (y - z)dx + (z - x)dy + (y - x)dz$, gdzie $K : \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$

(h) $\int_K (xy^2 + 2)dx + (3 + x^2y)dy$, gdzie $K = \{y = \frac{1}{x}, x \in [1, 2]\}$

Zadanie 2. Oblicz pole obszaru $D = \{(x, y) : y \leq 3x - x^2, y \leq x, y \geq 0\}$.

Zadanie 3. Oblicz objętość bryły ograniczonej powierzchniami $y = 1 + x$, $y = 0$, $x = 2$,
 $z = 0$, $z = x^2 + y^2$.