

1. (4 pkt) Oblicz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (4n - \sqrt{16n^2 + n}) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^8 - 4x^2 + 3}{x^4 - 4x + 3} .$$

2. (3 pkt) Wyznacz ekstrema i przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = (1 - x)^3(x + 3)$  .

3. (3 pkt) Wyznacz przedziały wypukłości funkcji  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4 \ln(x + 2)$  .

4. (3 pkt) Oblicz  $f'(0)$  oraz  $g'(x)$ , gdzie

$$f(x) = \arctg(x + \sqrt{1 + x^2}) \quad , \quad g(x) = \ln(e^{\sqrt{x}})^4 .$$

5. (10 pkt) Oblicz całki

$$\int_0^{\pi/4} \sin x \cos^3 x \, dx \quad , \quad \int \frac{4x + 5}{x^2 - 2x + 5} \, dx \quad , \quad \int \frac{5x^2 - 21x + 13}{(x + 2)(x - 3)^2} \, dx .$$

6. (3 pkt) Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu krzywej  $y = \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}$ ,  $x \in [1, e]$  wokół osi  $OX$  .

7. (4 pkt) Oblicz  $\operatorname{Im} \left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)^{18} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{12} \right]$  .

1. (4 pkt) Oblicz granice

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + n} - 2n) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 4x + 3}{x^8 - 4x^2 + 3} .$$

2. (3 pkt) Wyznacz ekstrema i przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = (2 - x)^3(x + 6)$  .

3. (3 pkt) Wyznacz przedziały wypukłości funkcji  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 16 \ln(x - 4)$  .

4. (3 pkt) Oblicz  $f'(0)$  oraz  $g'(x)$ , gdzie

$$f(x) = \arctg(\sqrt{1 + x^2} - x) \quad , \quad g(x) = \ln \sqrt{e^{x^4}} .$$

5. (10 pkt) Oblicz całki

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin^3 x \cos x \, dx \quad , \quad \int \frac{4x - 10}{x^2 + 2x + 10} \, dx \quad , \quad \int \frac{3x^2 + 5x + 3}{(x - 2)(x + 3)^2} \, dx .$$

6. (3 pkt) Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu krzywej  $y = \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}$ ,  $x \in [1, e]$  wokół osi  $OX$  .

7. (4 pkt) Oblicz  $\operatorname{Im} \left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{18} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{12} \right]$  .