

1.  $\iint_D \sin 2\pi x \, dx dy$  ,  $D = \{0 \leq x \leq 1/2, 1 \leq y \leq 3\}$  .
2.  $\iint_D \frac{1}{2y+9} \, dx dy$  ,  $D = \{-2 \leq x \leq -1, 0 \leq y \leq 8\}$  .
3.  $\iint_D xy(x+y^2) \, dx dy$  ,  $D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$  .
4.  $\iint_D x \, dx dy$  ,  $D$  ograniczony przez  $x = 2$  ,  $x = 6$  ,  $x - 2y + 2 = 0$  ,  $x - 2y + 4 = 0$  .
5.  $\iint_D \frac{1}{y^2} \, dx dy$  ,  $D$  ograniczony krzywymi  $xy = 1$  ,  $x = 2$  ,  $y = 2$  .
6.  $\iint_D (x^2 - y) \, dx dy$  ,  $D$  ograniczony krzywymi  $y = x^2$  ,  $y = 3x + 4$  .
7.  $\iint_D xy \, dx dy$  ,  $D$  ograniczony krzywymi  $y = x^2$  ,  $y = 4 - x^2$  .
8.  $\iint_D 2x \, dx dy$  ,  $D$  ograniczony krzywymi  $y = x^2$  ,  $y = x^2/4$  ,  $y = 1$  ,  $x \geq 0$  .
9.  $\iint_D \, dx dy$  ,  $D$  ograniczony krzywymi  $y = 7 - x^2$  ,  $y = 6x$  ,  $y = \frac{3}{2}x$  .
10.  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$  ,  $D = \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$  .
11.  $\iint_D \frac{y}{x^2 + y^2} \, dx dy$  ,  $D = \{x^2 + y^2 \leq 25, y \leq 0\}$  .
12.  $\iint_D (x^2 + y^2 + 4y + 5) \, dx dy$  ,  $D = \{x^2 + y^2 \leq 9\}$  .
13.  $\iiint_G (x^2 + yz + xz^3) \, dx dy dz$  ,  $G = \{0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$  .
14.  $\iiint_G (xe^{x^2+z} \cos y) \, dx dy dz$  ,  $G = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi, 0 \leq z \leq 2\}$  .
15.  $\iiint_G 4z \, dx dy dz$  ,  $G = \{(x, y) \in D, \sqrt{4-x-y} \leq z \leq \sqrt{8-y}\}$  ,  $D$  jest trójkątem o wierzchołkach  $(0, 0)$  ,  $(-2, -2)$  ,  $(2, -2)$  .
16.  $\iiint_G (2y + 3z) \, dx dy dz$  ,  $G = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 16\}$  .
17.  $\iiint_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx dy dz$  ,  $G = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$  .
18.  $\iiint_G \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \, dx dy dz$  ,  $G = \{1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0\}$  .
19.  $\int_K \frac{6y}{x} \, dl$  ,  $K = \{y = \frac{1}{2}x^2, 0 \leq x \leq 1\}$  .
20.  $\int_K \frac{x}{y^4} \, dl$  ,  $K = \{y = \frac{1}{x}, 1 \leq x \leq 2\}$  .
21.  $\int_K 2y \cos x \, dl$  ,  $K = \{y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi/2\}$  .
22.  $\int_K y \, dl$  ,  $K = \{y = 2\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$  .
23.  $\int_K y^2 \sqrt{1+x} \, dl$  ,  $K = \{y = \frac{2}{3}x^{3/2}, 0 \leq x \leq 3\}$  .
24.  $\int_K (x^2 + y^2 + z^2) \, dl$  ,  $K = \{x = 4 \cos t, y = 4 \sin t, z = 3t, 0 \leq t \leq 2\pi\}$  .
25.  $\int_K (x^{2/3} + y^{2/3}) \, dl$  ,  $K = \{x = 8 \cos^3 t, y = 8 \sin^3 t, 0 \leq t \leq \pi/2\}$  .
26.  $\int_K \frac{xz}{1+2y} \, dl$  ,  $K = \{x = t, y = t^2, z = \frac{2}{3}t^3, 0 \leq t \leq 1\}$  .
27.  $\int_K z \, dl$  ,  $K = \{x = 3 \cos t, y = 3 \sin t, z = 4t, 0 \leq t \leq 2\pi\}$  .

28.  $\int_K (xy^2 + 2) dx + (3 + x^2y) dy$  ,  $K = \{y = \frac{1}{x} , 1 \leq x \leq 2\}$  .
29.  $\int_K (xy + 2y^3) dx + (x^2 + 3xy) dy$  ,  $K = \{x = t^2 , y = t , -1 \leq t \leq 2\}$  .
30.  $\int_K \frac{y^2z^3}{x} dx + \frac{z^2x^3}{y} dy + \frac{x^2y^3}{z} dz$  ,  $K = \{x = t^3 , y = t^2 , z = t , 1 \leq t \leq 2\}$  .
31.  $\int_K (x - 1) dx + (y + 3) dy + (z - x - y) dz$  ,  $K$  jest łamaną o wierzchołkach  $(0, 0, 0)$ ,  $(2, 2, 2)$ ,  $(2, 2, 5)$  .
32.  $\int_K (e^x - y^3) dx + (e^y + x^3) dy$  ,  $K : x^2 + y^2 = 16$  .
33.  $\int_K x^2y dx - y^2x dy$ ,  $K$  jest brzegiem zbioru leżącego w I ćwiartce układu współrzędnych ograniczonego okręgiem  $x^2 + y^2 = 4$  i osiami układu .
34.  $\int_K 3xy dx + 2xy dy$ ,  $K$  jest brzegiem prostokąta ograniczonego prostymi  $x = -2$ ,  $x = 4$ ,  $y = 1$ ,  $y = 2$  .
35.  $\iint_S xyz dS$  ,  $S = \{z = 1 - x - y , 0 \leq x \leq 1 , 0 \leq y \leq 1 - x\}$  .
36.  $\iint_S \sqrt{1 + y^2} dS$  ,  $S = \{z = x\sqrt{3} + y^2 , 0 \leq x \leq 1 , 1 \leq y \leq 4\}$  .
37.  $\iint_S dS$  ,  $S = \{z = \sqrt{x^2 + y^2} , 0 \leq x \leq 1 , 0 \leq y \leq x\}$  .
38.  $\iint_S z dS$  ,  $S = \{z = \sqrt{x^2 + y^2} , x^2 + y^2 \leq 16\}$  .
39.  $\iint_S z dS$  ,  $S = \{z = \sqrt{2xy} , 0 \leq x \leq 1 , 0 \leq y \leq 4\}$  .
40.  $\iint_S z dS$  ,  $S = \{z = \sqrt{2xy} , x^2 + y^2 \leq 1 , x, y \geq 0\}$  .
41. Oblicz pole płata powierzchniowego  $S = \{z = 2xy , x^2 + y^2 \leq 1\}$  .
42. Oblicz pole płata powierzchniowego  $S = \{z = \frac{h}{r}\sqrt{x^2 + y^2} , x^2 + y^2 \leq r^2\}$  .
43. Obliczyć strumień wektora  $\vec{F} = [4x, 4y, -z]$  przez powierzchnię  $S = \{z = 16 - x^2 - y^2 , x^2 + y^2 \leq 16\}$  zorientowaną zgodnie z osią  $Oz$  .
44. Obliczyć strumień wektora  $\vec{F} = [3y, -3x, z]$  przez powierzchnię  $S = \{z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} , x^2 + y^2 \leq 4\}$  zorientowaną zgodnie z osią  $Oz$  .
45. Obliczyć strumień wektora  $\vec{F} = [x, y, z]$  przez powierzchnię  $S = \{z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} , x^2 + y^2 \leq 4\}$  zorientowaną zgodnie z osią  $Oz$  .
46. Obliczyć strumień wektora  $\vec{F} = [xz, yz, xy]$  przez powierzchnię  $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1 , x, y, z \geq 0\}$  zorientowaną na zewnątrz .
47. Przy pomocy tw. Gaussa oblicz strumień wektora  $\vec{F} = [x + y, y + z, z + x]$  przez powierzchnię  $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$  zorientowaną na zewnątrz .
48. Przy pomocy tw. Gaussa oblicz strumień wektora  $\vec{F} = [z^2, y^2, x^2]$  przez powierzchnię  $S = \{0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$  zorientowaną na zewnątrz .
49. Przy pomocy tw. Stokesa oblicz całkę  $\int_K (x - y) dx + (y - z) dy + (z - x) dz$ ,  $K$  jest brzegiem płata  $S = \{z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} , x^2 + y^2 \leq 4\}$  zorientowanego na zewnątrz .