

1 Całki nieoznaczone - wymierne - część II

Zadanie 1. Obliczyć poniższe całki oznaczone:

Korzystamy ze wzoru

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Aby znaleźć funkcje pierwotna $F(x)$ korzystamy z metod poznanych na wcześniejszych ćwiczeniach.

1. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos 3x dx,$

2. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 x \cos x dx,$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^7 x}{\cos^2 x} dx,$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx,$

5. $\int_3^5 \frac{x}{x^2-4} dx,$

6. $\int_{-\frac{2}{5}}^{\frac{2}{5}} \frac{1}{4+25x^2} dx,$

7. $\int_0^1 x^2 \arctan x dx,$

8. $\int_0^1 x e^{-x} dx,$

9. $\int_{-2}^{-1} x^2 e^{-2x} dx.$

Zadanie 2. Obliczyć pole pomiędzy podanymi krzywymi:

1. $y = x^2 - x - 6$ i $y = -x^2 + 5x + 14$,

2. $y = x^2$ i $2x - y + 3 = 0$,

3. $y = x^3$ i $y = 4x$,

4. $y = 2x - x^2$ i $x + y = 0$,

5. $xy = 4$ i $y = -x + 5$,

6. $y = x^2 + 3x - 1$ i $y = -2x - 7$,

7. $y = 4 - x^2$, $y = x + 2$ i $y = 1$,

8. $y = x$, $y = \frac{4}{x}$, $y = 0$ i $x = 4$.

Zadanie 3. Obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu podanej krzywej wokół osi OX:

1. $f(x) = \sqrt{\frac{\ln x}{x}}$ i $x \in [1, e]$

2. $f(x) = \sqrt{xe^x}$ i $x \in [0, 1]$

3. $f(x) = \sqrt{\sin x \cos^5 x}$ i $x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

4. $f(x) = \sqrt{\sin x \cos^3 x}$ i $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$

5. $xy = 4$ i $y = -x + 5$

Zadanie 4. Obliczyć długość łuku podanej krzywej:

1. $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$, gdzie $x \in [0, \frac{1}{4}]$

2. $f(x) = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$ i $x \in [1, 2]$