

## 1. Zastosowania całki podwójnej w mechanice

Załóżmy, że masa jest rozłożona w pewnym zbiorze płaskim  $D$  mającym gęstość  $\rho(x, y)$ .

moment statyczny	$M_x = \iint_D y\rho(x, y) dx dy$	$M_y = \iint_D x\rho(x, y) dx dy$
masa	$M = \iint_D \rho(x, y) dx dy$	
środek ciężkości	$x_S = M_y/M$	$y_S = M_x/M$
moment bezwładności	$I_x = \iint_D y^2\rho(x, y) dx dy$	$I_y = \iint_D x^2\rho(x, y) dx dy$
moment bezwładności	$I_0 = \iint_D (x^2 + y^2)\rho(x, y) dx dy$	

## 2. Zastosowania całki potrójnej w mechanice

Załóżmy, że masa jest rozłożona w pewnym zbiorze przestrzennym  $G$  mającym gęstość  $\rho(x, y, z)$ .

moment statyczny	$M_{xOy} = \iiint_D z\rho(x, y, z) dx dy dz$	$M_{yOz} = \iiint_D x\rho(x, y, z) dx dy dz$	$M_{xOz} = \iiint_D y\rho(x, y, z) dx dy dz$
masa	$M = \iiint_D \rho(x, y, z) dx dy dz$		
środek ciężkości	$x_S = M_{yOz}/M$	$y_S = M_{xOz}/M$	$z_S = M_{xOy}/M$
moment bezwładności	$I_{xOy} = \iiint_D z^2\rho(x, y, z) dx dy dz$	$I_{yOz} = \iiint_D x^2\rho(x, y, z) dx dy dz$	$I_{xOz} = \iiint_D y^2\rho(x, y, z) dx dy dz$
moment bezwładności	$I_x = \iiint_D (y^2 + z^2)\rho(x, y, z) dx dy dz$	$I_y = \iiint_D (x^2 + z^2)\rho(x, y, z) dx dy dz$	$I_z = \iiint_D (x^2 + y^2)\rho(x, y, z) dx dy dz$
moment bezwładności	$I_0 = \iiint_D (x^2 + y^2 + z^2)\rho(x, y, z) dx dy dz$		

## 3. Zastosowania całki krzywoliniowej w mechanice

Załóżmy, że masa jest rozłożona na pewnej krzywej  $K$  mającej gęstość  $\rho(x, y, z)$ .

moment statyczny	$M_{xOy} = \int_K z\rho(x, y, z) dl$	$M_{yOz} = \int_K x\rho(x, y, z) dl$	$M_{xOz} = \int_K y\rho(x, y, z) dl$
masa	$M = \int_K \rho(x, y, z) dl$		
środek ciężkości	$x_S = M_{yOz}/M$	$y_S = M_{xOz}/M$	$z_S = M_{xOy}/M$
moment bezwładności	$I_{xOy} = \int_K z^2\rho(x, y, z) dl$	$I_{yOz} = \int_K x^2\rho(x, y, z) dl$	$I_{xOz} = \int_K y^2\rho(x, y, z) dl$
moment bezwładności	$I_x = \int_K (y^2 + z^2)\rho(x, y, z) dl$	$I_y = \int_K (x^2 + z^2)\rho(x, y, z) dl$	$I_z = \int_K (x^2 + y^2)\rho(x, y, z) dl$
moment bezwładności	$I_0 = \int_K (x^2 + y^2 + z^2)\rho(x, y, z) dl$		

## 4. Zastosowania całki powierzchniowej w mechanice

Załóżmy, że masa jest rozłożona na pewnej powierzchni  $S$  mającej gęstość  $\rho(x, y, z)$ .

moment statyczny	$M_{xOy} = \iint_S z\rho(x, y, z) dS$	$M_{yOz} = \iint_S x\rho(x, y, z) dS$	$M_{xOz} = \iint_S y\rho(x, y, z) dS$
masa	$M = \iint_S \rho(x, y, z) dS$		
środek ciężkości	$x_S = M_{yOz}/M$	$y_S = M_{xOz}/M$	$z_S = M_{xOy}/M$
moment bezwładności	$I_{xOy} = \iint_S z^2\rho(x, y, z) dS$	$I_{yOz} = \iint_S x^2\rho(x, y, z) dS$	$I_{xOz} = \iint_S y^2\rho(x, y, z) dS$
moment bezwładności	$I_x = \iint_S (y^2 + z^2)\rho(x, y, z) dS$	$I_y = \iint_S (x^2 + z^2)\rho(x, y, z) dS$	$I_z = \iint_S (x^2 + y^2)\rho(x, y, z) dS$
moment bezwładności	$I_0 = \iint_S (x^2 + y^2 + z^2)\rho(x, y, z) dS$		