

• Operatory i stałe:

- =, +, -, *, /, ^
- pi - liczba pi
- inf - nieskończoność
- eps - względna dokładność zmiennoprzecinkowa ($\text{eps} = 2^{-52}$)
- NaN - symbol nieoznaczony, tzw. nie-liczba (Not a Number)

• Funkcje środowiskowe:

- disp(zmienna) - wyświetla wartość zmiennej
- zmienna - wyświetla wartość zmiennej
- help *nazwafunkcji* - wyświetla pomoc na temat funkcji
- who - wyświetla wszystkie zmienne w przestrzeni roboczej
- whos - wyświetla wszystkie zmienne w rozbudowanej postaci
- clear all - usuwa wszystkie zmienne z przestrzeni roboczej
- clear zmienna - usuwa zmienną zmienna
- clc - czyści ekran poleceń
- save - zapisuje wszystkie zmienne z przestrzeni roboczej do pliku **matlab.mat**
- save *nazwapliku* - zapisuje wszystkie zmienne z przestrzeni roboczej do pliku **nazwapliku.mat**
- load - wczytuje zmienne zapisane w pliku **matlab.mat**
- load *nazwapliku* - wczytuje zmienne zapisane w pliku **nazwapliku.mat**
- quit - koniec pracy z programem
- exit - koniec pracy z programem

• Funkcje matematyczne:

- sin(x), cos(x), tan(x), cot(x) - funkcje trygonometryczne: sinus, cosinus, tangens, cotangens (argument x podawany jest w radianach)
- sind(x), cosd(x), tand(x), cotd(x) - funkcje trygonometryczne: sinus, cosinus, tangens, cotangens (argument x podawany jest w stopniach)
- sinh(x), cosh(x), tanh(x), coth(x) - funkcje hiperboliczne (argument x podawany jest w radianach)
- asin(x), acos(x), atan(x), acot(x) - funkcje cyklometryczne
- sqrt(x) - pierwiastek kwadratowy z x
- exp(x) - e^x
- log(x) - $\ln x$ - logarytm naturalny
- log2(x) $\log_2 x$ - logarytm o podstawie 2
- log10(x) $\log_{10} x$ - logarytm o podstawie 10
- abs(x) - wartość bezwzględna lub moduł liczby zespolonej x

- $\text{ceil}(x)$ - zaokrąglenie liczby x w górę
- $\text{floor}(x)$ - zaokrąglenie liczby x w dół
- $\text{round}(x)$ - zaokrąglenie liczby x do najbliższej liczby całkowitej
- $\text{mod}(x,y)$ - reszta z dzielenia x przez y
- $\text{sign}(x)$ - znak liczby, zwraca 1 dla $x > 0$, 0 dla $x = 0$ i -1 dla $x < 0$
- $\text{factorial}(x)$ - $x!$, silnia liczby x

• Zadania 1:

1. Oblicz wartość wyrażenia: $\frac{6-5}{2}, 6 - \frac{5}{2}, \frac{4+8}{3} \cdot 2, \frac{4+8}{3 \cdot 2}$
2. Oblicz wartość wyrażenia: $\sin^2 33^\circ + \cos^2 33^\circ, \frac{\sin^3 45^\circ - 3e^3}{\ln(e^2 + 1) + \sqrt[3]{|-8 \cdot 10^3|}}, e^{i\pi} + 1$
3. Utwórz zmienną $\text{tempC} = 5$ (temperatura w stopniach) i oblicz tempF temperaturę w Fahrenheitach ($F = 9/5 \cdot C + 32$).
4. Utwórz zmienną $r = 2$ (promień koła) i oblicz pole (zapisz do zmiennej pole) oraz obwód (zapisz do zmiennej obwod).
5. Wyświetl wszystkie zmienne w przestrzeni roboczej.
6. Zapisz wszystkie zmienne z przestrzeni roboczej do pliku lekcja1.mat .
7. Usuń wszystkie zmienne z przestrzeni roboczej.
8. Wczytaj zmienne z pliku lekcja1.mat .

LABORATORIUM 2

• Operatory zakresu i macierze:

- wektor= pocz:krok:koniec
- wektor= $[\text{wartosci}]$
- wektor= $\text{linspace}(\text{pocz, koniec, liczbaElementow})$
- macierz= $[\text{wiersz1; wiersz2; ...; wierszn}]$
- $A(i,:)$ - i -ty wiersz macierzy A
- $A(:,j)$ - j -ta kolumna macierzy A
- $A(:)$ - cała macierz w postaci wektora kolumnowego
- $A(:,:)$ - cała macierz (dwuwymiarowa)
- $A(i,j:k)$ - elementy i -tego wiersza macierzy A o numerach od j do k
- $A(i:j,k:l)$ - elementy od i -tego do j -tego wiersza oraz od k -tej do l -tej kolumny
- $A(i,:)=[]$ - usunięcie i -tego wiersza
- $A(:,j)=[]$ - usunięcie j -tej kolumny
- operatory macierzowe (algebra liniowa): $+$, $-$, $*$, dzielenie prawostronne ($/$), dzielenie lewostronne (\backslash), potęgowanie ($^$), transpozycja ($'$)
- operatory tablicowe (element po elemencie): $.\ +$, $.\ -$, $.\ *$, dzielenie prawostronne ($./$), dzielenie lewostronne ($.\ \backslash$), potęgowanie ($.^$), transpozycja ($.'$)

- Funkcje macierzowe:

- eye(n) - macierz jednostkowa stopnia n
- ones(n) - macierz stopnia n złożona z samych jedynek
- zeros(n) - macierz stopnia n złożona z samych zer
- rand(n) - macierz stopnia n złożona z liczb pseudolosowych z przedziału $< 0, 1 >$
- randn(n) - macierz stopnia n złożona z liczb pseudolosowych o rozkładzie normalnym ze średnią 0 i wariancją 1
- size(A) - funkcja wyświetlająca liczbę wierszy i liczbę kolumn macierzy A w postaci dwuelementowego wektora wierszowego
- n = size(A,1) - funkcja przypisująca zmiennej n liczbę wierszy macierzy A
- m = size(A,2) - funkcja przypisująca zmiennej m liczbę kolumn macierzy A
- length(x) - funkcja zwracająca długość wektora x lub dłuższy z wymiarów macierzy (jeśli x jest macierzą)
- det(A) - funkcja obliczająca wyznacznik macierzy kwadratowej A
- inv(A) - funkcja obliczająca macierz odwrotną A^{-1} do macierzy kwadratowej
- trace(A) - funkcja obliczająca ślad macierzy A (sumę elementów na przekątnej)
- E = eig(A) - funkcja zwracająca wektor E zawierający wartości własne macierzy kwadratowej A

V,D = eig(A) - funkcja zwracająca: macierz diagonalną D zawierającą na diagonalu wartości własne macierzy kwadratowej A, macierz V, której kolumny są wektorami własnymi odpowiadającymi kolejnym wartościom własnym

- Funkcje operujące na wektorach:

- max(x) - funkcja zwracająca największy element wektora x
- min(x) - funkcja zwracająca najmniejszy element wektora x
- sum(x) - funkcja zwracająca sumę elementów wektora x
- prod(x) - funkcja zwracająca iloczyn elementów wektora x
- mean(x) - funkcja zwracająca średnią arytmetyczną elementów wektora x
- norm(x) - funkcja obliczająca normę wektora lub macierzy
- dot(A,B) - funkcja obliczająca iloczyn skalarny wektorów A i B, wektory A i B powinny mieć taką samą długość
- sort(V) - funkcja sortująca elementy wektora V w kolejności rosnącej
- diff(V) - funkcja obliczająca różnice pomiędzy sąsiednimi elementami wektora V

- Wektory:

- Wielomiany (p=[argumenty])- wektor jednowierszowy zawierający współczynniki wielomianu przy kolejnych potęgach w kolejności malejącej
- y=polyval(p,x) - funkcja zwracająca wartość wielomianu p w punkcie x
- roots(p) - funkcja zwracająca pierwiastki wielomianu p
- poly(v) - funkcja zwraca wielomian na podstawie jego pierwiastków z wektora v
- polyder(p) - funkcja zwraca pochodną wielomianu o współczynnikach p
- polyint(p) - funkcja zwraca całkę wielomianu o współczynnikach p

• Zadania 2:

1. Oblicz wartości funkcji e^{-t} dla 50 liczb z przedziału $\langle -1, 3 \rangle$.
2. Utwórz macierz A, której pierwszy wiersz zawiera liczby całkowite od 1 do 10, drugi wiersz 10 liczb nieparzystych, trzeci wiersz 10 liczb z jednakowym odstępem od 0 do pi, czwarty wiersz zawiera liczby od 7 do 11.5 zwiększane co 0.5.
3. Utwórz za pomocą funkcji macierz B stopnia 3 złożoną z samych 2 a na głównej przekątnej 5.
4. Utwórz macierz A1 zawierającą 2 kolumnę macierzy A.
5. Utwórz macierz A2 zawierającą wiersze od 2 do 4 oraz kolumny od 3 do 5 z macierzy A.
6. Oblicz wyznacznik macierzy A2.
7. Wyznacz wartości własne macierzy A2.
8. Oblicz iloczyn $A2*B$.
9. Oblicz macierz odwrotną do macierzy B.
10. Rozwiąż układ równań: $x+2y+z=0, 4y+2z=-3, 6x+y+z=7.5$.
11. Oblicz pierwiastki i pochodną wielomianu: $f(x) = 2x^6 - 3x^5 + 1.5x^3 - 4x^2 - 2$.
12. Oblicz iloczyn skalarny wektorów: $a=[1,-1,0,4]$ i $b=[-2,3,1,0]$ oraz ich długości.

LABORATORIUM 3

- Wykresy w Matlabie: Wykresy w oknach graficznych (figure) - może być kilka otwartych, ale tylko jeden aktywny. Każde wywołanie funkcji graficznej tworzy nowe okno, a jego numer jest widoczny na pasku, np Figure 1.
 - figure - tworzy nowe okno graficzne.
 - figure(n) - tworzy okno graficzne o numerze n.
 - close - zamyka aktywne okno graficzne.
 - close(n) - zamyka okno graficzne o numerze n.
 - close all - zamyka wszystkie okna graficzne.
 - clf - czyści zawartość okna graficznego.
 - hold on/off - włącza/wyłącza kolejne wykresy w oknie.
 - subplot(n,m,a) - dzieli okno graficzne na mniejsze w n-wierszach i m-kolumnach, gdzie a-numer aktywnego okienka (liczony od lewego górnego rogu).

- Grafika dwuwymiarowa:

- `plot(x,y)` - rysuje wykres $y = f(x)$, wektory x i y powinny mieć taką samą długość.
- `plot(y)` - rysuje wykres elementów wektora y , przyjmując za x kolejne liczby całkowite począwszy od 1.
- `plot(x,y,s)` - rysuje wykres $y = f(x)$ z określeniem sposobu rysowania linii (s).
- `plot(x1,y1,s1,x2,y2,s2,...)` - wiele wykresów z określeniem sposobu rysowania.
- `loglog(x,y,s)` - rysuje wykres w skali logarytmicznej na obu osiach.
- `semilogx(x,y,s)` - rysuje wykres w skali logarytmicznej na osi x .
- `semilogy(x,y,s)` - rysuje wykres w skali logarytmicznej na osi y .
- s - łańcuch znaków określający: rodzaj linii, kolor, typ punktów:

Znak	Typ linii	Znak	Kolor linii	Znak	Typ punktów
-	ciągła (domyślnie)	b	niebieski (domyślnie)	+	krzyżyk
-	kreskowana	k	czarny	*	gwiazdka
:	kropkowana	r	czerwony	.	kropka
-.	przerywana	g	Zielony	o	kółko
		y	żółty	x	iks
		w	biały	s	kwadrat
		c	turkusowy	d	romb
		m	karmazynowy	v	trójkąt do dołu
				^	trójkąt do góry

- `axis('equal')` - osie w tej samej skali.
- `axis auto` - osie domyślnie na podstawie danych.
- `axis([xmin xmax ymin ymax])` - zakres osi x i y odpowiednio.

- Formatowanie wykresów:

- `xlabel(tekst)` - tekst opisujący oś x .
- `ylabel(tekst)` - tekst opisujący oś y .
- `title(tekst)` - tytuł wykresu.
- `text(x,y,tekst)` - dodaje tekst na wykresie zaczynając w punkcie (x,y) - współrzędne na wykresie.
- `legend(s1,s2,...)` - legenda kolejnych wykresów: pierwszego, drugiego, itd.
- `grid on/off` - włącza/wyłącza siatkę na wykresie.
- Opisy mogą być dodatkowo formatowane: `_` - indeks dolny, `^` - indeks górny, `\bf` - czcionka pogrubiona, `\it` - czcionka pochylona.

- Grafika trójwymiarowa:

- `plot3(x,y,z,s)` - wykres funkcji trzech zmiennych; x, y, z - wektory o jednakowej długości określające współrzędne punktów, s - określa sposób rysowania.

`x,y = meshgrid(zakresx, zakresy)` - tworzy siatkę punktów potrzebną do wykresów powierzchniowych.

- `z = funkcja(x,y)` - oblicza wartości w punktach siatki xy .
- `mesh(x,y,z,c)` - wykres powierzchni z w postaci kolorowej siatki o polach wypełnionych kolorem tła, c określa kolory linii poszczególnych pól.
- `mesh(x,y,z)` - wykres powierzchni przy $c = z$.
- `mesh(z,c)` - wykres macierzy z przyjmując na osiach x i y kolejne liczby całkowite od 1.
- `surf(x,y,z,c)` - wykres w postaci różnokolorowej powierzchni.
- `surf(x,y,z)` - wykres w postaci różnokolorowej powierzchni, gdzie $c = z$.
- `surf(z,c)` - wykres w postaci różnokolorowej powierzchni dla z , gdzie x i y są liczbami całkowitymi od 1.
- `colormap nazwa` - zmienia sposób kolorowania. Wybrane palety: `parula`, `jet`, `spring`, `winter`, `autumn`, `winter`, `gray`, `default`.

- Zapisywanie wykresów do plików:

- `print('nazwapliku','driver')`, np. `print('Wykres','-djpeg')`

– Najbardziej popularne formaty:

-djpeg	JPEG 24-bit	.jpg
-dpng	PNG 24-bit	.png
-dtiff	TIFF 24-bit	.tif
-dbmp	BMP 24-bit	.bmp
-dpdf	PDF	.pdf
-deps	PostScript (EPS) czarno-biały	.eps
-depssc	PostScript (EPS) kolorowy	.eps

- Zadania 3:

1. Oblicz wartości funkcji $f(t) = \sin(2t)$ dla 100 liczb z przedziału $\langle 0, \pi \rangle$.
2. Oblicz wartości funkcji $g(t) = e^{-t} \cos(t)$ dla 100 liczb z przedziału $\langle 0, \pi \rangle$.
3. Oblicz wartości funkcji $h(t) = e^{2t}$ dla 100 liczb z przedziału $\langle 0, \pi \rangle$.
4. Wykreśl obydwie funkcje f i g na jednym wykresie, f - linia ciągła kolor niebieski, g - linia przerywana kolor czerwony. Dodaj opisy osi i legendę wykresu.
5. Zapisz plik pod nazwą `wykres1.jpeg`.
6. Wykreśl w skali logarytmicznej (wartości) funkcję g i h . Sformatuj wykres: linia kropkowana, różne kolory.
7. Utwórz w nowym oknie graficznym 4 mniejsze ustawione w dówch wierszach i dwóch kolumnach.
8. Utwórz macierz `data` zawierającą 30 wierszy i 4 kolumny złożoną z liczb pseudolosowych.
9. W pierwszym oknie (lewy, górny róg) wykreśl za pomocą linii przerywanej kolumnę 1, w drugim - za pomocą linii przerywanej kolumnę 2, w trzecim za pomocą kółek - 1:2, a w czwartym - za pomocą trójkątów 1:4.
10. Dodaj opisy osi i legendę. Sprawdź różne style i kolory linii oraz punktów.
11. Zapisz plik pod nazwą `Wykres2.png`.
12. Wygeneruj siatkę `[x,y]=[-10:0.1:10]x[-10:0.1:10]`.
13. Wyznacz wartości funkcji $z_1(x, y) = \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2} + \epsilon}{\sqrt{x^2 + y^2} + \epsilon}$, $z_2(x, y) = \sin(x) + \cos y$.

14. W nowych oknach graficznych wykreśl: za pomocą zielonych kółek dane z macierzy data - kolumny 1:2:3, za pomocą powierzchni funkcję z_1 , za pomocą siatki funkcję z_2 .
15. Dla dwóch ostatnich wykresów zmień paletę na winter i parula.
16. Zapisz wykresy pod nazwami: Wykres3d1.jpeg, Wykres3d2.jpeg, Wykres3d3.jpeg.

LABORATORIUM 4

- Wczytywanie danych:

- `x=input(napis)` - wyświetlany jest napis, a następnie wprowadzona liczba przypisana pod zmienną `x`.
- `x=input(napis,'s')` - wyświetlany jest napis, a następnie wczytany napis `s`.
- `isnumeric(x)` - funkcja sprawdzająca czy `x` jest liczbą
- `islogical(x)` - funkcja sprawdzająca czy `x` jest wartością logiczną (0 lub 1)
- `ischar(s)` - funkcja sprawdzająca czy `s` jest łańcuchem znaków

- `pause` - zatrzymuje wykonanie skryptu aż do naciśnięcia klawisza.

- Funkcje w matlabie, podobnie jak skrypty, definiuje się w m plikach. Nazwa funkcji **musi być** taka sama jak nazwa pliku, np. funkcja o nazwie **mojaFunkcja**, będzie zapisana w pliku o nazwie **mojaFunkcja.m**.

- Pierwszy wiersz zawiera definicję i deklarację funkcji w postaci:

```
function [wart1, wart2, ...] = nazwa (param1, param2, ...)
```

```
% opis funkcji w komentarzu
```

```
instrukcje
```

```
wart1= ...;
```

```
wart2= ...;
```

```
end - jeżeli w jednym m-pliku będzie więcej definicji funkcji.
```

- Operatory relacyjne i logiczne:

Operator	Znaczenie
$x == y$	x równe y
$x \sim = y$	x nierówne y
$x < y$	x mniejsze od y
$x > y$	x większe od y
$x \leq y$	x mniejsze równe od y
$x \geq y$	x większe równe od y

Operator	Znaczenie
$x y$	x lub y
$x \& y$	x i y
$x \sim y$	y nie x

- Instrukcja warunkowa `if` ma postać:

```
if wyrażenie - jeśli wyrażenie logiczne jest prawdziwe to wykonywane są instrukcje
```

```
instrukcje
```

```
end - jeśli wyrażenie jest nie jest prawdziwe, to żadne instrukcje nie są wykonywane.
```

- Instrukcja warunkowa `if else` ma postać:

```
if wyrażenie - jeśli wyrażenie logiczne jest prawdziwe to wykonywane są instrukcje1
```

```
instrukcje1
```

```
else - jeśli wyrażenie jest nie jest prawdziwe, wykonywane są instrukcje1
```

```
instrukcje2
```

```
end
```

- Pętla `for` - cyklicznie wykonywanie instrukcji określoną liczbę razy. Ogólna postać instrukcji

```
for jest następująca:
```

```
for zmienna = wektor
```

```
instrukcje
```

```
end
```

• Zadania 4:

1. Napisz funkcję okrag, która rysuje okrąg o zadanym promieniu.
2. Napisz funkcję wspak, która zwraca pierwiastek z elementów wektora danych wejściowych w kolejności odwrotnej.
3. Napisz funkcję czyparzy, która po wyświetleniu odpowiedniego napisu wczyta liczbę z klawiatury i zwraca odpowiedni napis w przypadku gdy, liczba ta jest parzysta bądź nieparzysta.
4. Napisz skrypt wyznaczający ekstrema funkcji $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 2$, dla $x \in [-3, 3]$.
5. Napisz funkcję, która wyznacza wartość funkcji $\sin(x)$ za pomocą rozwinięcia w szereg Taylora:
$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}$$

LABORATORIUM 5

• Aproksymacja danych:

- funkcja polyfit(x,y,n) - dopasowanie krzywej wielomianowej stopnia n w punktach (x,y).
- Znajdziemy współczynnik sprężystości obciążanej sprężyny. Wprowadź dane:
m=[5 10 20 50 100]; -Masa obciążenia w gramach (g)
d=[15.5 33.07 53.39 140.24 301.03]; -wielkość rozciągnięcia w milimetrach (mm)
Wiemy, że $F = mg$ i $F = kd$, zatem $k = mg/d$. wyznacz siłę w punktach pomiarowych: F . Sporządź wykres. Znajdź współczynnik sprężystości.
- Dopasowanie krzywej wykładniczej/logarytmicznej. Wprowadź dane:
t=[0 0.5 1 5 10 20]; - czas
P=[760 625 528 85 14 0.16] - ciśnienie.
Dla zależności: $P(t) = P_0 e^{-t/\tau}$ znajdź niewiadome stałe P_0 i τ .
- Matlab jest pakietem stricte numerycznym ale zainstalowaniu toolboxa symbolic umożliwia przeprowadzenie wybranych operacji symbolicznych, takich jak rozwiązywanie równań algebraicznych czy liniowych różniczkowych (również z wykorzystaniem transformaty Laplace'a). Zaprezentujemy kilka przykładów: :
 1. syms f g x y % definiujemy zmienne symboliczne
 2. f=cos(3*x) % pewne działanie
 3. expand(f) % rozwinięcie wyrażenia
 4. $f = x^3 - 1$; $g = x - 1$;
 5. f/g;
 6. simplify(f/g) % skrócenie
 7. diff(f,x) % pochodna 1 rzędu z f
 8. diff(f,x,2) % pochodna 2 rzędu z f
 9. int(f,x) % całka z f
 10. int(g,x,[0,1]) % całka z g w przedziale [0,1]
 11. ezplot(f,[-2,2]) % wykres funkcji f w przedziale [-2,2]
 12. solve(f == 0) % rozwiązuje równanie $f(x) = 0$
 13. solve(g^2 - 4 == 0) % rozwiązuje równanie $g^2(x) - 4 = 0$
- Rozwiązywanie symboliczne równań różniczkowych
 1. dsolve('Dy = a*y','t') % rozwiązujemy równanie różniczkowe I rzędu $y' = ay$
 2. dsolve('Dy = a*y','y(0)=2','t') % rozwiązujemy równanie różniczkowe I rzędu $y' = ay$ z warunkiem $y(0) = 2$
 3. dsolve('D2y-3*Dy-4*y=4*t','t') % rozwiązujemy równanie różniczkowe II rzędu $y'' - 3y' - 4y = 4t$

4. `rozw=dsolve('D2y-3*Dy-4*y=4*t','y(0)=0','Dy(0)=-1','t')` % rozwiązujemy równanie różniczkowe II rzędu $y'' - 3y' - 4y = 4t$, z warunkami początkowymi $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.

5. `pretty(rozw)`

6. `ezplot(rozw,[0,2])` % Wykreślamy rozwiązanie

– Możemy także użyć transformaty Laplace'a:

1. `syms s t Y` % definiujemy zmienne symboliczne

2. `Y1=s*Y-0; Y2=s*Y1+1;` % Transformata Laplaca pochodnych

3. `f=laplace(4*t,t,s);` % Transformata Laplaca strony prawej równania

4. `solY=solve(Y2-3*Y1-4*Y==f,Y)` % Wyznaczamy Y

5. `sol=ilaplace(solY,s,t)` % Stosujemy transformatę odwrotną

6. `pretty(sol)`

7. `ezplot(sol,[0,2])` % Wykreślamy rozwiązanie

• Zadania 5:

1. Rozwiąż równanie $y' = 2te^{2t}$, $y(0) = 2$

2. Rozwiąż równanie $y' = \frac{e^t}{y}$

3. Rozwiąż równanie $y'' + y = \cos t$

4. Rozwiąż równanie $\frac{dy}{dt} - y = 2 - 2t$, $y(0) = 1$ za pomocą transformaty Laplace'a

5. Rozwiąż równanie $y'' + 4y' - 4y = -4t$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$ za pomocą transformaty Laplace'a