

### Definicja:

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

### Transformata Laplace'a wybranych funkcji

Oryginał funkcji $f(t)$	Transformata $L[f(t)] = F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$\sin bt$	$\frac{b}{s^2+b^2}$
$\cos bt$	$\frac{s}{s^2+b^2}$
$\sinh bt$	$\frac{b}{s^2-b^2}$
$\cosh bt$	$\frac{s}{s^2-b^2}$
$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
$e^{at} \sin bt$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$
$e^{at} \cos bt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$

### Własności transformaty Laplace'a:

- *Liniowość:*

$$L[af(t)] = aL[f(t)], \quad L[f_1(t) + f_2(t)] = L[f_1(t)] + L[f_2(t)].$$

- *Zmiana skali:*

$$L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right).$$

- *Różniczkowanie obrazu:*

$$L[t^n f(t)] = (-1)^n F^{(n)}(s).$$

- *Przesunięcie argumentu obrazu:*

$$L[e^{at} f(t)] = F(s-a).$$

- *Przesunięcie argumentu oryginału:*

$$L[\mathbf{1}(t-\tau)f(t-\tau)] = e^{-s\tau} F(s).$$

- *Całkowanie oryginału:*

$$L\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}.$$

- *Różniczkowanie oryginału:*

$$L[f^{(n)}(t)] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0^+) - \dots - s f^{(n-2)}(0^+) - f^{(n-1)}(0^+).$$