

Prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite - ćwiczenia

Rozwiązać poniższe zadania korzystając z twierdzeń poznanych na wykładzie.

1. W dwóch urnach I i II znajdują się kule: w I urnie - 6 czarnych i 9 białych, w II urnie - 5 czarnych i 15 białych. Losujemy dwie kule z urny I i wrzucamy do urny II . Jakie jest prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli białej z urny II ?
2. W szufladzie było 6 nowych i 4 używane piłki do gry w tenisa. Do pierwszej gry wzięto losowo z tej szuflady 2 piłki i po grze włożono je z powrotem do szuflady. Do drugiej gry wzięto losowo z tej szuflady 3 piłki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wszystkie piłki wzięte do drugiej gry były nowe?
3. Rzucamy kostką dwa razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie wyrzucono 3 oczka, jeśli wiadomo, że w obu rzutach liczba wyrzuconych oczek jest liczbą pierwszą?
4. W magazynie znajdują się żarówki wyprodukowane przez dwa zakłady Z_1 i Z_2 . Żarówki wyprodukowane przez zakład Z_1 stanowią 30% zawartości magazynu, a przez Z_2 - 70%. Wiadomo, że w żarówkach produkowanych przez Z_1 jest 2% wadliwych żarówek, a w żarówkach produkowanych przez Z_2 - 0,5%. Wybrano losowo jedną żarówkę z magazynu.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest ona wadliwa?
 - (b) Okazało się, że wybrana żarówka jest wadliwa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyprodukowano ją w zakładzie Z_1 ?
5. Obok pewnej stacji benzynowej średnio przejeżdża trzy razy więcej samochodów ciężarowych niż osobowych. Prawdopodobieństwo, że przejeżdżający obok samochód będzie tankował jest równe $1/100$ dla samochodów osobowych i $3/100$ dla ciężarowych.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że nadjeżdżający samochód będzie tankował?
 - (b) Przejeżdżający samochód zatankował. Jakie jest prawdopodobieństwo, że był to samochód osobowy?
6. Do hurtowni papieru dostarcza się towar z trzech fabryk F_1 , F_2 i F_3 w proporcjach 4:3:2. Liczba braków dostarczanych z tych fabryk wyraża się stosunkiem 2:3:4.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany towar pochodzi z fabryki F_i gdzie $i = 1, 2, 3$?
 - (b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany towar będzie wadliwy?
 - (c) Losowo wybrany papier okazał się wadliwy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pochodzi on z fabryki F_i gdzie $i = 1, 2, 3$?
7. Rzucamy raz dwiema symetrycznymi, sześciennymi kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma oczek jest liczbą parzystą, jeśli wiadomo, że na kostkach wypada różna liczba oczek.
8. Rzucamy raz dwiema symetrycznymi, sześciennymi kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma oczek jest większa od 8, jeśli wiadomo, że przynajmniej na jednej kostce wypadło pięć oczek.

Odpowiedzi: 1. $P(A) = \frac{81}{110}$; 2. $P(A) = \frac{7}{90}$; 3. $P(A) = \frac{1}{3}$; 4. (a) $P(A) = 0,0095$, (b) $0,6316$; 5. (a) $P(A) = \frac{1}{40}$, (b) $0,1$; 6. (b) $P(A) = \frac{25}{81}$, (c) $P(B_1|A) = \frac{8}{25}$, $P(B_2|A) = \frac{9}{25}$, $P(B_3|A) = \frac{8}{25}$; 7. $\frac{2}{5}$; 8. $\frac{5}{11}$.