RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE - PRZYKŁADY, ĆWICZENIA

② ROZWIĄZAĆ RÓWNANIE $y' + 2y = e^{-2t}\cos t$ (*)

- ROZPOZNAJEMY TYP RÓWNANIA : RÓWNANIE LINIOWE I RZĘDU NIEJEDNORODNE

$$y' + p(t)\cdot y = q(t)$$

- METODA ROZWIĄZANIA : UZMIENNIENIE STAŁEJ W ROZWIĄZANIU OGÓLNYM RÓWNANIA LINIOWEGO I RZĘDU JEDNORODNEGO

$$y' + p(t)\cdot y = 0$$

- ZAPISUJEMY RÓWNANIE JEDNORODNE:

$y' + 2y = 0$ - RÓWNANIE O ROZDZIELONYCH ZMIENNYCH

$\frac{dy}{dt} + 2y = 0$ $\quad y = 0$ - ROZWIĄZANIE SZCZEGÓLNE

$\frac{dy}{dt} = -2y \quad /:y \ /\cdot dt$

$e^{c_1} = c$

$\int \frac{dy}{y} = -\int 2\,dt \ /\int \Rightarrow \ln|y| = -2t + c_1 \Rightarrow y = e^{-2t+c_1} = c\cdot e^{-2t}$

- $y = ce^{-2t}$ - ROZWIĄZANIE OGÓLNE RÓWNANIA JEDNORODNEGO

- UZMIENNIAMY STAŁĄ c $\quad c = u(t)$

$$\left.\begin{aligned} y &= u\cdot e^{-2t} \quad /()' \\ y' &= u'e^{-2t} - 2ue^{-2t} \end{aligned}\right\}$$ PODSTAWIAMY DO (*) RÓWNANIA NIEJEDNORODNEGO

- $y' + 2y = e^{-2t}\cos t$

$u'\cdot e^{-2t} - \cancel{2ue^{-2t}} + \cancel{2ue^{-2t}} = e^{-2t}\cos t$

$u'e^{-2t} = e^{-2t}\cdot\cos t \quad /\cdot e^{2t}$

$\frac{du}{dt} = \cos t$ - RÓWNANIE O ROZDZIELONYCH ZMIENNYCH

$\int du = \int \cos t\, dt \ /\int$

$u = \sin t + c$

- ZAPISUJEMY ROZWIĄZANIE : $\underline{y = (\sin t + c)\cdot e^{-2t}}$ ROZWIĄZANIE OGÓLNE RÓWNANIA NIEJEDNORODNEGO