

Ćwiczenia 2. - Rachunek Prawdopodobieństwa

Excel

Zadanie 1.

W pewnej fabryce prawdopodobieństwo wyprodukowania wadliwej części jest równe 0,2. Wybrano losowo 9 części. W pliku Zadanie2c1.xls (Arkusz1) wykonaj następujące czynności:

- 1) W komórce D14 wyznacz prawdopodobieństwo wyprodukowania dobrej części
- 2) W komórkach B2 do B11 wstaw formuły wyznaczające prawdopodobieństwa, że wśród wylosowanych części k z nich będzie wadliwych.
- 3) W komórkach C2 do C11 wstaw formuły wyznaczające prawdopodobieństwa, że wśród wylosowanych części k z nich będzie wadliwych korzystając z funkcji prawdopodobieństwa.
- 4) W komórkach B17,C17,B20,C20,B23,C23 wstaw formuły wyznaczające prawdopodobieństwa:
 - (i) $P[X \leq 4]$ - prawdopodobieństwo, że natrafiono na co najwyżej 4 wadliwe części
 - (ii) $P[X \geq 7]$ - prawdopodobieństwo, że natrafiono na co najmniej 7 wadliwych części
 - (iii) $P[X > 5]$ - prawdopodobieństwo, że natrafiono na więcej niż 5 wadliwych części.

W czerwonych komórkach wstaw formuły oparte o sumowanie odpowiednich prawdopodobieństw, w niebieskich formuły oparte o dystrybuantę rozkładu dwumianowego.

- 5) W komórce/komórkach K16/ K16 i L16 wyznacz najbardziej prawdopodobną liczbę wadliwych części spośród 9 wylosowanych części.

Zadanie 2.

Prawdopodobieństwo dziedziczenia pewnej cechy wśród potomków badanego gatunku drapieżnego kota wynosi 0,7. Wybrano losowo 7 osobników. W pliku Zadanie2c1.xls (Arkusz2) wykonaj następujące czynności:

- 1) W komórce D14 wyznacz prawdopodobieństwo iż cecha nie zostanie odziedziczona
- 2) W komórkach B2 do B11 wstaw formuły wyznaczające prawdopodobieństwa, że wśród wylosowanych osobników k z nich odziedziczy badaną cechę.
- 3) W komórkach C2 do C11 wstaw formuły wyznaczające prawdopodobieństwa, że wśród wylosowanych osobników k z nich odziedziczy badaną cechę korzystając z funkcji prawdopodobieństwa.
- 4) W komórkach B17,C17,B20,C20,B23,C23 wstaw formuły wyznaczające prawdopodobieństwa:

- (i) $P[X \leq 2]$ - prawdopodobieństwo, że natrafiono na co najwyżej 2 osobniki dziedziczące badaną cechę
- (ii) $P[X \geq 6]$ - prawdopodobieństwo, że natrafiono na co najmniej 6 osobników dziedziczących badaną cechę
- (iii) $P[X > 3]$ - prawdopodobieństwo, że natrafiono na więcej niż 3 osobniki dziedziczące badaną cechę.

W czerwonych komórkach wstaw formuły oparte o sumowanie odpowiednich prawdopodobieństw, w niebieskich formuły oparte o dystrybuantę rozkładu dwumianowego.

- 5) W komórce/komórkach K16/ K16 i L16 wyznacz najbardziej prawdopodobną liczbę osobników które odziedziczyły badaną cechę, spośród 7 wylosowanych osobników.

Zadanie 3.

W populacji studentów dokonano pomiaru wzrostu mężczyzn. Obserwacje te potwierdziły, że zmienna losowa X wyrażająca wzrost studenta ma rozkład normalny $N(176, 10)$. W pliku [Zadanie2c2.xls](#) (Arkusz1) w czerwonych komórkach wyznacz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany student ma:

- 1) wzrost mniejszy, niż 186 cm
- 2) wzrost powyżej 200 cm
- 3) wzrost należący do przedziału (168 cm , 184 cm)
- 4) wzrost należący do przedziału (150 cm , 200 cm)

W żółtych komórkach dokonaj standaryzacji zmiennej losowej oznaczającej wzrost studenta do zmiennej losowej o standardowym rozkładzie normalnym $N(0, 1)$. W niebieskich komórkach wyznacz prawdopodobieństwa zawarte w poprzednich punktach korzystając z dystrybuanty wystandaryzowanej zmiennej losowej.

W zielonych komórkach wstaw formuły wyznaczające taki wzrost, że

- 1) 10% najniższych studentów nie przekracza tego wzrostu
- 2) 75% studentów ma wzrost większy od tej wartości

Zadanie 4.

W pliku [Zadanie2c2.xls](#) (Arkusz2) stablicuj wartości funkcji gęstości dla przedziału wzrostów w punkcie (c) poprzedniego zadania, z krokiem 0,2cm. Oblicz przybliżoną wartość prawdopodobieństwa z punktu (c) poprzedniego zadania poprzez obliczenie pól prostokątów których jednym bokiem będzie wartość funkcji gęstości, a drugim krok. Porównaj wynik z dokładną wartością obliczoną w poprzednim zadaniu. W kolejnych 2 kolumnach wystandaryzuj wartości wzrostu i stablicuj wartości funkcji gęstości dla standardowego rozkładu normalnego i oblicz ponownie prawdopodobieństwo z punktu (c).

Zadanie 5.

W pliku [Zadanie2c3.xls](#) wyznacz następujące prawdopodobieństwa i kwantyle podanych rozkładów :

Uwaga: W poniższych rozkładach funkcje Excela podają $1 - F(x)$

- 1) Rozkład χ^2 :

- (i) $P[\chi^2(5) > 1,14]$
 - (ii) $P[\chi^2(5) \leq 7,2]$
 - (iii) $P[1,5 < \chi^2(5) < 3]$
 - (iv) $x : P[\chi^2(5) < x] = 0,25$
 - (v) $x : P[\chi^2(5) > x] = 0,6$
- 2) Rozkład t Studenta (funkcja Rozkład.t.odw wyznacza kwantyl dla rozkładu dwu-śladowego - aby wyznaczyć kwantyl, należy prawdopodobieństwo pomnożyć przez 2):
- (i) $P[t(15) > 0,3]$
 - (ii) $P[|t(10)| < 0,5]$
 - (iii) $x : P[t(10) > x] = 0,2$
- 3) Rozkład F (Fishera-Snedecora):
- (i) $P[F(10, 15) < 2]$
 - (ii) $x : P[F(11, 25) < x] = 0,95$

Statistica

Zadanie 6.

- 1) W pakiecie Statistica wyznacz prawdopodobieństwa z punktu (4) z zadania 1.
- 2) Wyznacz prawdopodobieństwo, zdarzenia polegającego na tym, że wylosowano dokładnie 2 wadliwe części ($P[X = 2]$)
- 3) Przy jakiej liczbie wylosowanych wadliwych części x $P[X \leq x] > 0,95$
- 4) Jakie powinno być prawdopodobieństwo wyprodukowania wadliwej części, aby prawdopodobieństwo natrafienia na nie więcej niż 3 wadliwe części było równe 0,85 ($p : P[X \leq 3] = 0,85$)?

Zadanie 7.

- 1) W pakiecie Statistica wyznacz prawdopodobieństwa z punktu (4) z zadania 2.
- 2) Wyznacz prawdopodobieństwo, zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie 3 z wybranych osobników dziedziczą badaną cechę ($P[X = 3]$)
- 3) Przy jakiej liczbie wylosowanych osobników x $P[X \leq x] > 0,75$
- 4) Jakie powinno być prawdopodobieństwo dziedziczenia cechy, aby prawdopodobieństwo natrafienia na nie więcej niż 5 osobników dziedziczących tę cechę było równe 0,9 ($p : P[X \leq 5] = 0,9$)?

Zadanie 8.

Korzystając z kalkulatora prawdopodobieństwa wyznacz prawdopodobieństwa z punktów (1)-(4) z zadania 3. oraz kwantyle z punktów (1) i (2) w drugiej części tego zadania.

Zadanie 9.

Korzystając z kalkulatora prawdopodobieństwa wyznacz prawdopodobieństwa z zadania 5.

Zadanie 10.

Waga importowanych brzoskwiń pewnej odmiany ma rozkład normalny $N(150, 12)$. Brzoskwinie są układane losowo w pudełkach po $n = 16$ sztuk. Oblicz prawdopodobieństwo, że średnia waga brzoskwiń w opakowaniu będzie większa od 155.

Wskazówka: Średnia arytmetyczna n zmiennych losowych o rozkładzie $N(\mu, \sigma)$ ma rozkład $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Zadanie 11.

Samolot zabiera 81 pasażerów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że łączna waga pasażerów przekroczy 5620 kg, jeśli wiadomo, że waga dorosłego człowieka ma rozkład $N(70, 10)$?

Wskazówka: Suma n zmiennych losowych o rozkładzie $N(\mu, \sigma)$ ma rozkład $N(n\mu, \sigma\sqrt{n})$

Praca domowa (Statistica i Excel)

Zadanie 12.

Stwierdzono, że długość (mierzona w centymetrach) dorosłego węża gniewosza plamistego ma rozkład normalny $N(70, 6)$. Oblicz za pomocą Excela i za pomocą Statistici:

- 1) Jakie jest prawdopodobieństwo, iż losowo spotkany gniewosz ma długość zawartą między 70 cm i 75 cm.
- 2) Jakie jest prawdopodobieństwo, iż losowo spotkany gniewosz ma długość mniejszą niż 60 cm.
- 3) Jakie jest prawdopodobieństwo, iż losowo spotkany gniewosz ma długość większą niż 85 cm.

Zadanie 13.

Zawartość białka w karmie dla psów jest normalną zmienną losową o średniej 11,2% i odchyleniu standardowym 0,6% ($N(11, 2; 0, 6)$). Producent ma zamiar napisać na opakowaniu, że w karmie jest nie mniej niż a i nie więcej niż b białka i chce, by to stwierdzenie potwierdzało się w 99% przypadków ($P[a \leq N(11, 2; 0, 6) \leq b] = 0, 99$). Korzystając z kalkulatora prawdopodobieństwa wyznaczyć wartości a i b (symetryczne względem średniej).