

Metody numeryczne - 2. rok Inżynierii i Analizy Danych

Laboratoria 5. Interpolacja i aproksymacja.

Funkcje MATLABA:

interp1(x, y, xx, 'metoda') - znajduje funkcję interpolującą węzły określone w wektorach x i y , za pomocą podanej metody. Wyznacza wektor yy wartości funkcji interpolującej dla argumentów xx . Parametr 'metoda' może w szczególności przyjąć wartości 'linear' (domyślny - interpolacja funkcją sklejaną rzędu 1), 'pchip' (interpolacja Hermite'a wielomianem 3-go stopnia), 'cubic' (interpolacja wielomianem 3-go stopnia między każdymi 4-ma punktami), 'spline' (interpolacja funkcją sklejaną rzędu 3).

spline(x, y, xx) - działa jak funkcja **interp1** z metodą 'spline'.

pchip(x, y, xx) - działa jak funkcja **interp1** z metodą 'pchip'.

interpft(x, n) - dokonuje interpolacji trygonometrycznej metodą FFT. Zwraca zbiór wartości długości n dla wektora danych x położonych w równoodległych punktach

interp2(x, y, v, xq, yq) - działa tak jak funkcja **interp1**, ale dla funkcji 2 zmiennych. Argumenty węzłów interpolacji zamieszczone są w wektorach x i y , a wartości funkcji w tych węzłach w wektorze v . Funkcja wyznacza wartości funkcji interpolującej dla argumentów zawartych w wektorach xq i yq .

interp3(x, y, z, v, xq, yq, zq) - działa tak jak funkcja **interp2**, ale dla funkcji 3 zmiennych. Argumenty węzłów interpolacji zamieszczone są w wektorach x , y i z , a wartości funkcji w tych węzłach w wektorze v . Funkcja wyznacza wartości funkcji interpolującej dla argumentów zawartych w wektorach xq , yq i zq .

interpn(x, y, ..., v, xq, yq, ...) - działa tak jak funkcja **interp3**, ale dla funkcji n zmiennych. Argumenty węzłów interpolacji zamieszczone są w wektorach x , y itd., a wartości funkcji w tych węzłach w wektorze v . Funkcja wyznacza wartości funkcji interpolującej dla argumentów zawartych w wektorach xq , yq itd.

ppval(pp, xx) - zwraca wartości funkcji interpolującej **pp** dla wektora danych xx .

griddedInterpolant(x, v) - zwraca funkcję interpolującą, która interpoluje węzły o argumentach x i wartościach v .

scatteredInterpolant - działa jak **griddedInterpolant** dla funkcji wielu zmiennych.

polyfit(x, y, n) - funkcja zwraca wektor współczynników wielomianu stopnia n aproksymującego dane, których argumenty zawarte są w wektorze x a wartości w wektorze y .

polyval(p, x) - wyznacza wartość wielomianu o współczynnikach zawartych w wektorze p , dla argumentów zawartych w wektorze x .

Zadanie 1.

Porównaj różne metody interpolacji dostępne za pomocą funkcji MATLABA, dla węzłów zadanych w poniższej tabeli

x	1	3	5	7	9	11	13	15
y	2	6	-3	-4	5	-1	2	8

Zaznacz te węzły, oraz wykresy funkcji interpolujących w interpolowanym przedziale z krokiem 0,01 na wykresie.

Zadanie 2.

W MATLABIE napisz funkcję wyznaczającą dla danych argumentów węzłów i ich wartości, współczynniki wielomianu interpolującego Newtona, przy wykorzystaniu ilorazów

różnicowych. Napisz drugą funkcję, która dla zadanych współczynników i wektora argumentów węzłów, oraz wektora argumentów, wyznacza wartości funkcji interpolującej. Zastosuj tę interpolację do węzłów z poprzedniego zadania, oraz narysuj wykres funkcji interpolującej w przedziale interpolacji z krokiem 0,01.

Zadanie 3.

Wykorzystaj napisane w poprzednim zadaniu funkcje do interpolacji poniższych funkcji w 11 równoodległych punktach podanych przedziałów, oraz w 11 punktach wyznaczonych za pomocą wzoru Czebyszewa. Porównaj te funkcje interpolujące na wykresie w interpolowanym przedziale z krokiem 0,01

$$1) f(x) = \ln x, \quad x \in [0,5; 30]$$

$$2) f(x) = e^x, \quad x \in [-10; 10]$$

$$3) f(x) = \sin x, \quad x \in [-4\pi; 4\pi]$$

Zadanie 4.

W MATLABIE napisz analogiczne funkcje jak w zadaniu 2. do metody interpolacyjnej Lagrange'a: funkcję zwracającą dla zadanych węzłów interpolacji współczynniki wielomianu interpolacyjnego w postaci Lagrange'a i funkcję, która dla zadanych współczynników i wektora argumentów węzłów, oraz wektora argumentów, wyznacza wartości funkcji interpolującej.

Zadanie 5.

Zmodyfikuj pierwszą funkcję z zadania 2. tak, aby mogła posłużyć także do interpolacji Hermite'a.

Zadanie 6.

Dla funkcji okresowej $f(x) = \sin^3 x \cos^2 x$ wyznacz wartości w 12 równoodległych punktach przedziału $[0; 2\pi)$ i zaznacz je na wykresie, a następnie, korzystając z funkcji MATLABA do interpolacji trygonometrycznej wyznacz wartości funkcji interpolującej w 500 równoodległych punktach. Zaznacz te punkty na wykresie, oraz prównaj z wykresem rzeczywistej funkcji $f(x)$.

Zadanie 7.

W poniższej tabeli zaznaczone są wartości funkcji okresowej w równoodległych 8 punktach przedziału $[0; 2\pi)$. Zaznacz te punkty na wykresie, a następnie korzystając z funkcji MATLABA wyznacz wartości funkcji okresowej interpolującej tę funkcję w 600 równoodległych punktach tego przedziału. Zaznacz funkcję interpolującą na wykresie.

x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y_i	1	4	5	9	-2	-5	6	7

Zadanie 8.

W poniższej tabeli zawarte są dane otrzymane w wyniku pewnego doświadczenia. Zaznacz te punkty na wykresie, a następnie korzystając z funkcji MATLABA, wyznacz i zaznacz na wykresie funkcje: liniową, kwadratową i sześcienną aproksymujące te dane. Wykresy narysuj w aproksymowanym przedziale z krokiem 0,01.

x_i	1	3	6	7	8	11	12	14	16
y_i	-1	3	2	5	6	4	11	9	16

Zadanie 9.

W MATLABIE napisz odpowiednik funkcji `polyfit`, która dla punktów podanych w argumentach \mathbf{x} (argumenty) i \mathbf{y} (wartości), oraz stopnia wielomianu aproksymacyjnego n stosując metodę najmniejszych kwadratów wyznaczy współczynniki wielomianu aproksymacyjnego.