

Kolokwium poprawkowe z matematyki - wersja A

Zadanie 1.

Obliczyć granice funkcji:

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{n-3} \right)^{2n+3}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x \sin(2x)}{e^{-3x} - 1}$$

Zadanie 2.

Obliczyć pochodne funkcji.

$$(a) f(x) = \sin^2(7x^3)$$

$$(b) f(x) = \frac{e^{-x} + \sqrt[3]{x}}{\arcsin x}$$

Zadanie 3.

Znaleźć przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji

$$f(x) = e^{-x}(x-3)^3.$$

Zadanie 4.

Obliczyć poniższe całki.

$$(a) \int \left(-x^5 - \frac{1}{x} - \frac{5}{x^5} + \sqrt{7} \right) dx$$

$$(b) \int \sqrt[3]{\sin x \cos x} dx$$

$$(c) \int x^2 e^{-2x} dx$$

$$(d) \int \frac{2x-3}{x^2+8x+25} dx$$

$$(e) \int \frac{x+3}{x^2(x-1)} dx$$

Zadanie 5.

Obliczyć pole obszaru ograniczonego przez krzywe

$$f(x) = 2x^2 \text{ i } g(x) = -x^2 + 3x.$$

Inne przykłady:

1. Granice:

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4n+1}{4n+3} \right)^{3n-1}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \cos x \sin(5x)}{1 - (x+1)e^{-3x}}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$$

3. Ekstrema i monotoniczność.

$$(a) f(x) = e^{2x}(x+1)^4$$

$$(b) f(x) = x^2 e^{\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3}$$

$$(c) f(x) = (x-2)^3(x+1)^4$$

$$(d) f(x) = \frac{x-2}{(x+1)^2}$$

$$(e) f(x) = \frac{2x+1}{(x-3)^3}$$

$$(f) f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 \ln(x-2)$$

d,e,f - DZIEDZINA!

4. Całki. Zestaw zadań z ćwiczeń i:

$$(a) \int \frac{x+3}{x^2-x-2} dx$$

$$(b) \int \frac{5}{x^2-4} dx$$

$$(c) \int \frac{5}{x(x+3)} dx$$

$$(d) \int \frac{x-4}{(x-1)^2(x+2)} dx, \int \frac{2x+1}{x^3-9x^2} dx$$

$$(e) \int \frac{1}{x^2+6x+10} dx, \int \frac{1}{x^2-2x+15} dx, \int \frac{1}{x^2+4x+13} dx$$

$$(f) \int \frac{2x+5}{x^2-10x+34} dx$$

$$(g) \int \frac{x-2}{x(x^2+6x+13)} dx$$

$$(h) \int \frac{1}{\sqrt{1-(x+3)^2}} dx, \int \frac{-2x+4}{\sqrt{-x^2+4x-3}} dx, \int \frac{1}{\sqrt{-x^2+4x-3}} dx$$

5. Pole między krzywymi.

(a) $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$,

(b) $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x = 4$, $y = 0$,

(c) $y = \sqrt{x}$, $y = -x^2 + 2$, $y = -x$ (dwa przypadki)

(d) $y = -x^2 + 5x + 14$, $y = x^2 - x - 6$

6. Objętość bryły obrotowej:

(a) $f(x) = \sqrt{x \cos x}$, $x \in [0, \pi]$

(b) $f(x) = x\sqrt{\sin 2x}$, $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$

(c) $f(x) = \sqrt{x}e^{2x}$, $x \in [0, 1]$

(d) $f(x) = xe^3x$, $x \in [-1, 2]$

(e) $f(x) = x(x^3 - 2)$, $x \in [0, 3]$